

邮箱：

nku\_102@163. com

# 第四章

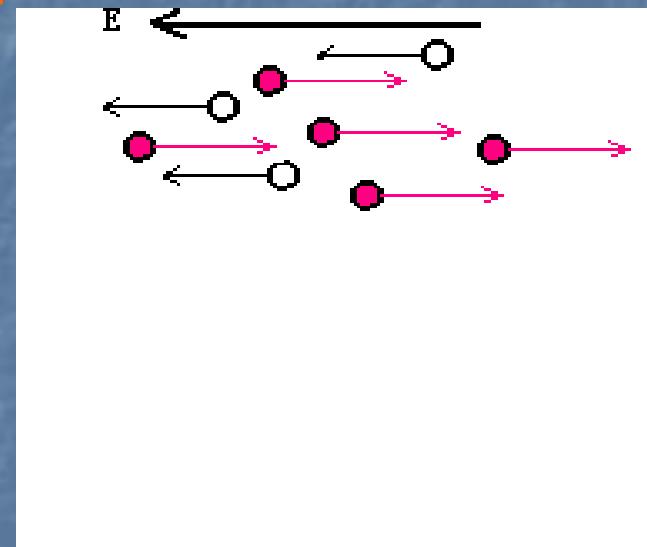
半导体中的载流子在电  
磁场中的运动

- 载流子的漂移运动和迁移率
- 载流子的散射
- 迁移率与温度和杂质浓度的关系
- 电阻率与温度和杂质浓度的关系
- 玻耳兹曼方程、电导率的统计理论
- 强电场下的效应、热载流子
- 多能谷散射 耿氏效应

# § 4.1 载流子的漂移运动和迁移率

## 一、漂移运动和漂移速度

外加电压时，半导体内部的载流子受到电场力的作用，作定向运动形成电流。



**漂移运动：**载流子在电场力作用下的运动。

**漂移速度：**载流子定向漂移运动的速度。

## 二、欧姆定律

金属:

$$I = \frac{V}{R}$$

—电子

电流  $I(A)$ : 单位时间内通过垂直于电流方向的某一面积的电量。

半导体:

$$J = \sigma E$$

—电子、空穴  $E$  为电场强度

微分形式

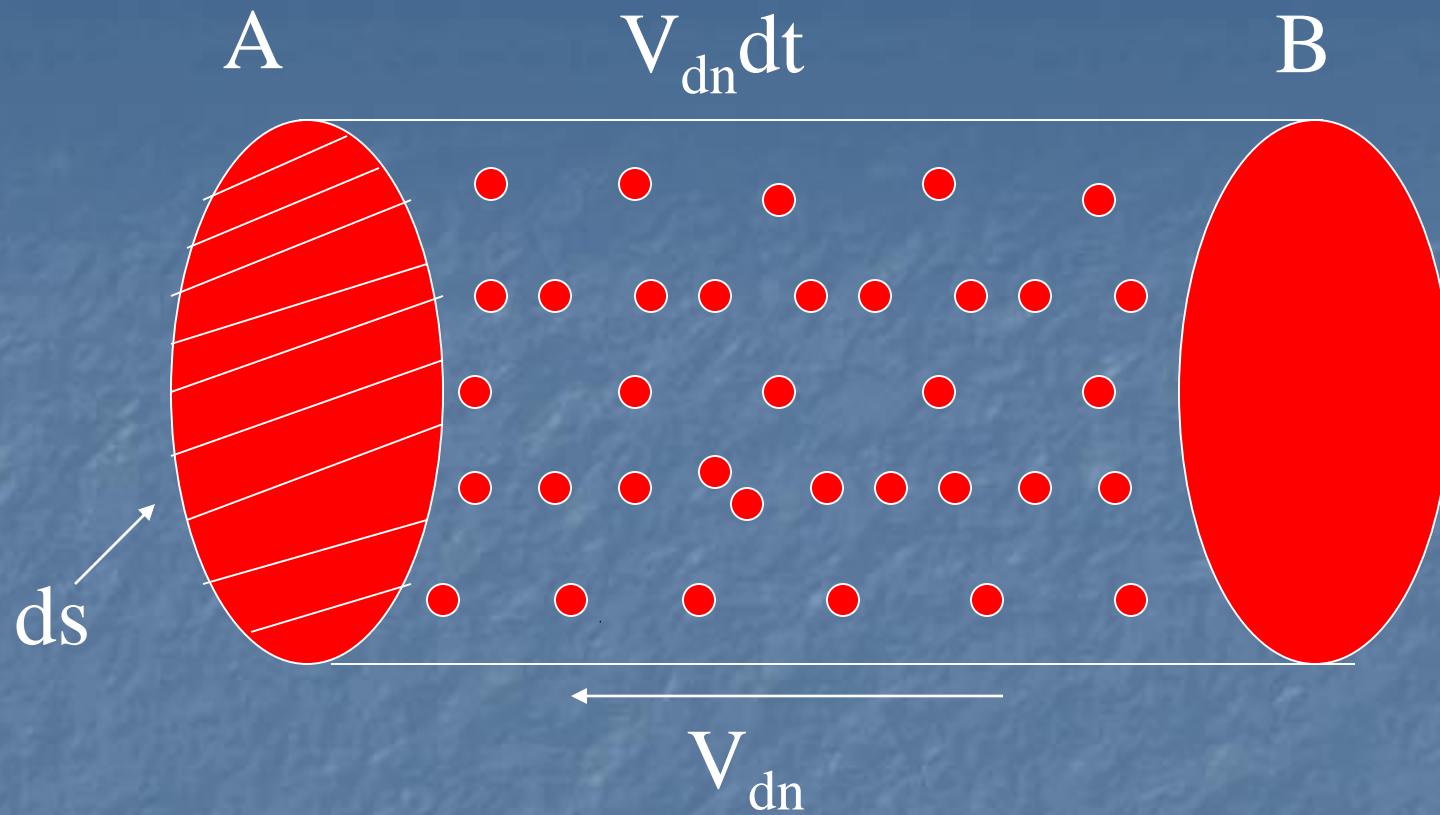
电流密度  $J$  ( $A/m^2$ ): 通过垂直于电流方向的单位面积的电流。

### 三、电导率 $\sigma$ 的表达式

$$\sigma(S/m) = \frac{1}{\rho(\Omega \cdot m)}$$

以柱形 n 型半导体为例，分析半导体的电导现象

设： $V_{dn}$  和  $V_{dp}$  分别为电子和空穴的平均漂移速度。



$ds$ 表示A处与电流垂直的小面积元，小柱体的高为

$$V_{dn}dt$$

在 $dt$ 时间内通过 $ds$ 的截面电荷量，就是A、B面间小柱体内的电子电荷量，即

$$dQ = -nqV_{dn}dsdt$$

其中  $n$  是电子浓度， $q$  是电子电荷

电子漂移的电流密度  $J_n$  为

$$J_n = \frac{dQ}{dsdt} = -nqV_{dn}$$

在电场不太强时，漂移电流遵守欧姆定律，即

$$J = \sigma E$$

其中 $\sigma$ 为材料的电导率

$$\sigma E = -nqV_{dn}$$

- $E$  恒定,  $V_{dn}$  恒定
- $E \uparrow, J \uparrow, V_{dn} \uparrow$

$$-\frac{V_{dn}}{E} = \frac{\sigma}{nq}$$

平均漂移速度的大小与  
电场强度成正比，其比  
值称为电子迁移率。

因为电子带负电，所以 $V_{dn}$ 一般应和 $E$ 反向，习惯上迁移率只取正值，即

$$\mu = \left| \frac{V_{dn}}{E} \right| = \frac{\sigma}{nq}$$

单位场强下电子的平均漂移速度

$$\sigma = nq\mu$$

上式为电导率和迁移率的关系

$$J = nq\mu E$$

对于空穴，有：

$$\mu_p = \frac{V_{dp}}{|E|}$$

$\mu_n$ 和 $\mu_p$ 分别称为电子和空穴迁移率，

单位为  $\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$

对  $n$  型半导体：

$$\sigma = nq\mu_n$$

对  $p$  型半导体：

$$\sigma = pq\mu_p$$

在饱和电离区：

$n$  型，单一杂质：

$$n_o = N_D$$

$$\sigma = N_D q \mu_n$$

补偿型：  $n_o = N_D - N_A$

$$\sigma = (N_D - N_A) q \mu_n$$

$P$  型, 单一杂质:  $p_o = N_A$

$$\sigma = N_A q \mu_p$$

补偿型:  $p_o = N_A - N_D$

$$\sigma = (N_A - N_D) q \mu_p$$

本征:

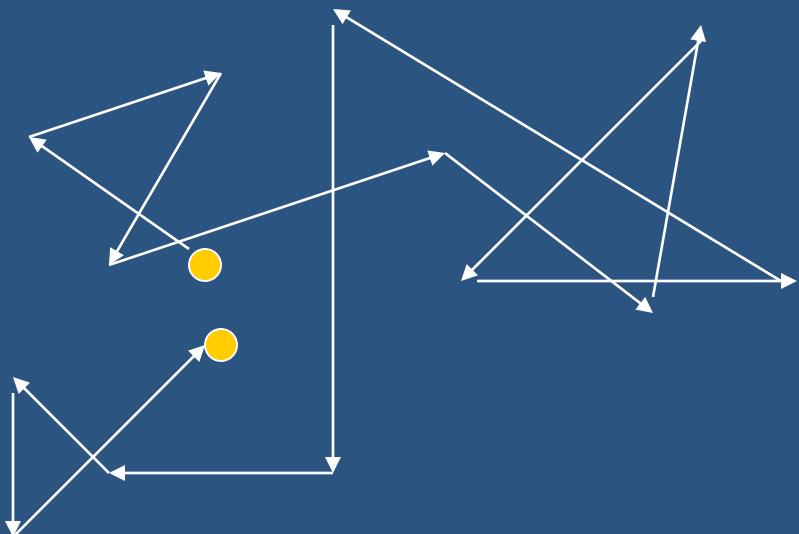
$$n = p = n_i$$

$$\sigma = n_i q (\mu_n + \mu_p)$$

# § 4.2 载流子的散射

## 一 载流子散射的概念

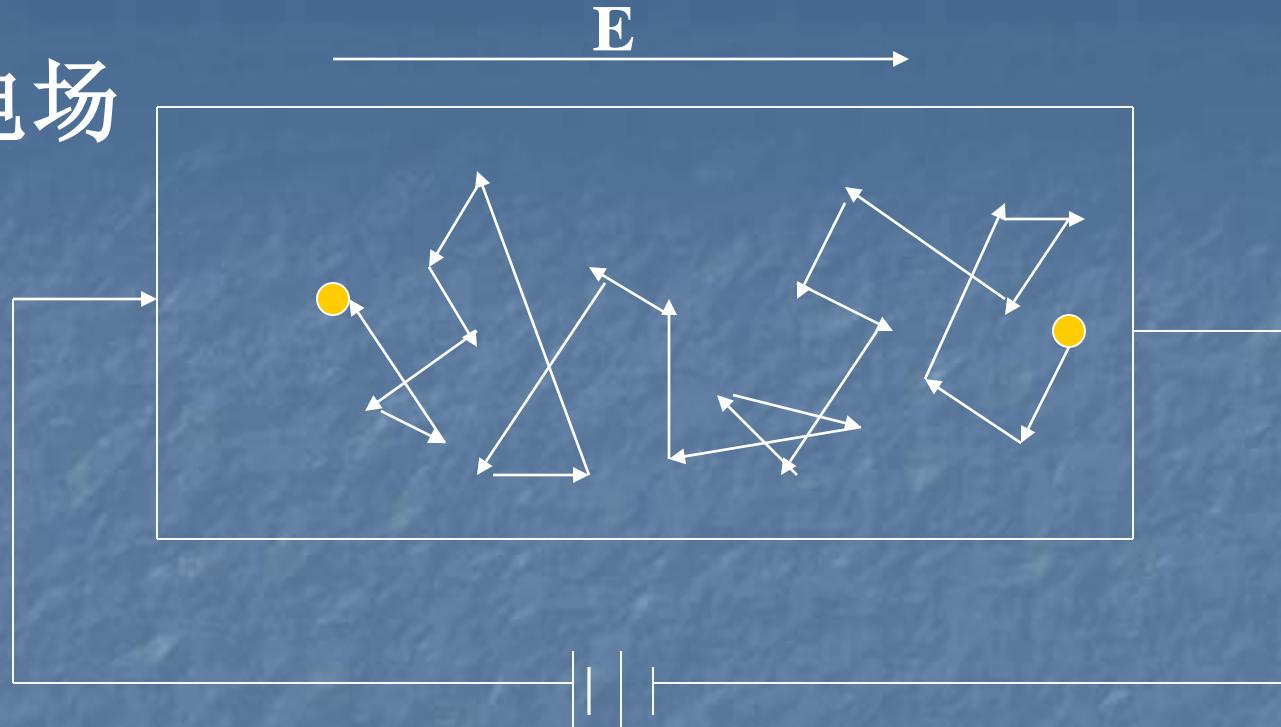
### 1. 无外加电场



载流子热运动示意图

**载流子散射：**  
载流子在半导体中运动时，不断地与热振动着的晶格原子或电离了的杂质离子发生碰撞。用波的概念，，即电子波在半导体中传播时遭到了散射。

## 2. 有电场



● 平均自由程：

连续两次散射之间的自由运动的平均路程。

● 平均自由时间：

连续两次散射之间的自由运动的平均时间。

设  $\tau_1$  为第一次散射的时间，  
 $\tau_2 \dots, \tau_N$  为第  $N$  次散射的时间

平均自由时间  $\tau$  为：

$$\tau = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \dots + \tau_N}{N}$$

## 二 半导体的主要散射机构

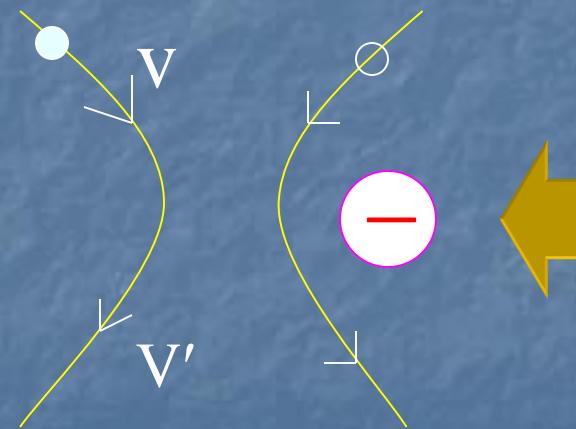
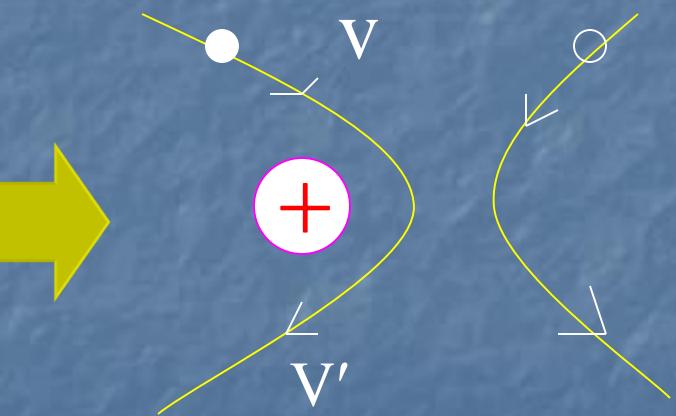
### 1. 电离杂质的散射

低温、掺杂浓度高

电离的杂质在它的周围邻近地区形成库仑场，其大小为：

# 电离杂质散射示意图

电离  
施主  
散射



电离  
受主  
散射

常用散射概率P来描述散射的强弱，它代表单位时间内一个载流子散射的次数。

电离杂质的散射几率  $P_i$  与温度  $T$  和杂质浓度  $N_i$  的关系：

$$P_i \propto N_i T^{-3/2}$$

$N_i$  是掺入的所有杂质浓度的总和。

## 2. 晶格散射（格波散射）

### (1) 晶格振动的基本概念

- **格波：**晶格中原子的振动由若干不同的基本波动按照波的叠加原理组合而成，这些基本的波动称为格波。

格波的波矢  $q = 2\pi/\lambda$ , 方向为格波的传播方向。

一个晶体中具有同样  $q$  的格波不止一个，其数目取决于晶胞中的原子数。

晶胞中有一个原子，则对应于每个  $q$  有3个格波。

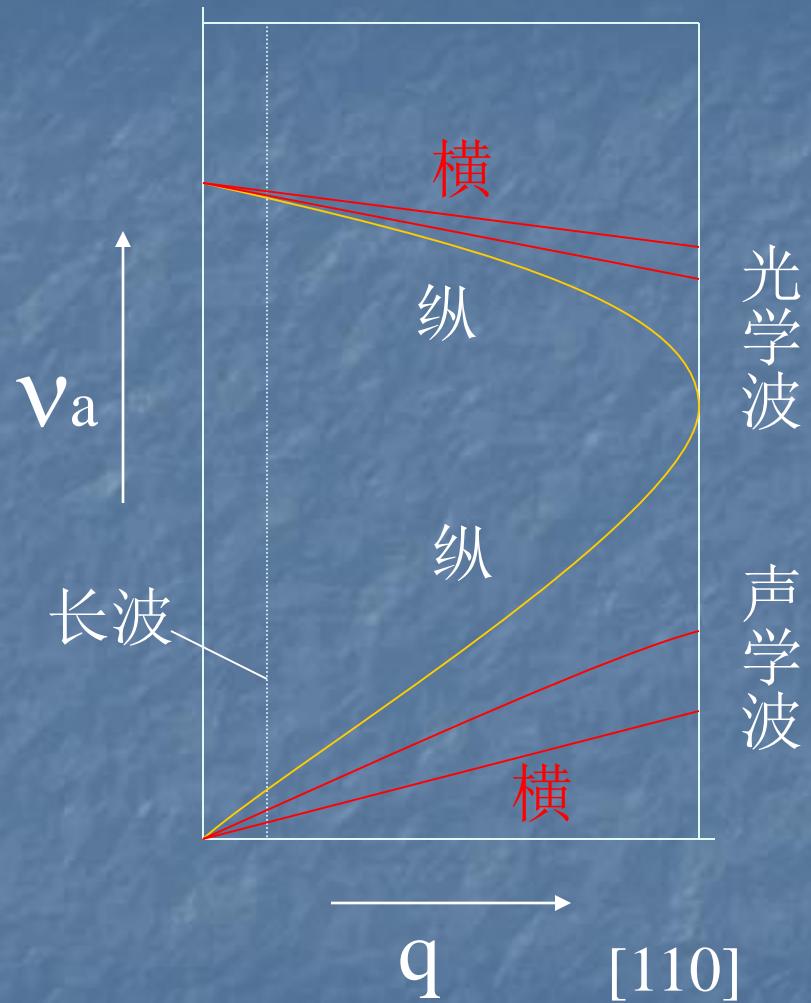
晶胞中有两个原子，则对应于每个  $q$  有6个格波。

光学波 一频率  $\nu$  高，相邻两个原子的振动方向相反；

声学波 一频率  $\nu$  低，相邻两个原子的振动方向相同。

横波 一波的传输方向与原子的振动方向垂直

纵波 一波的传输方向与原子的振动方向相同



金刚石晶格振动沿  
[110] 方向传播的  
格波的频率与波矢  
的关系

从原子振动方式来看，无论声学波或光学波，原予位移方向与波传播方向之间的关系都是一个纵波两个横波，即一个原予位移方向与波传播方向相平行的纵波和两个原予位移方向与波传播方向相垂直的横波。如下图4-7

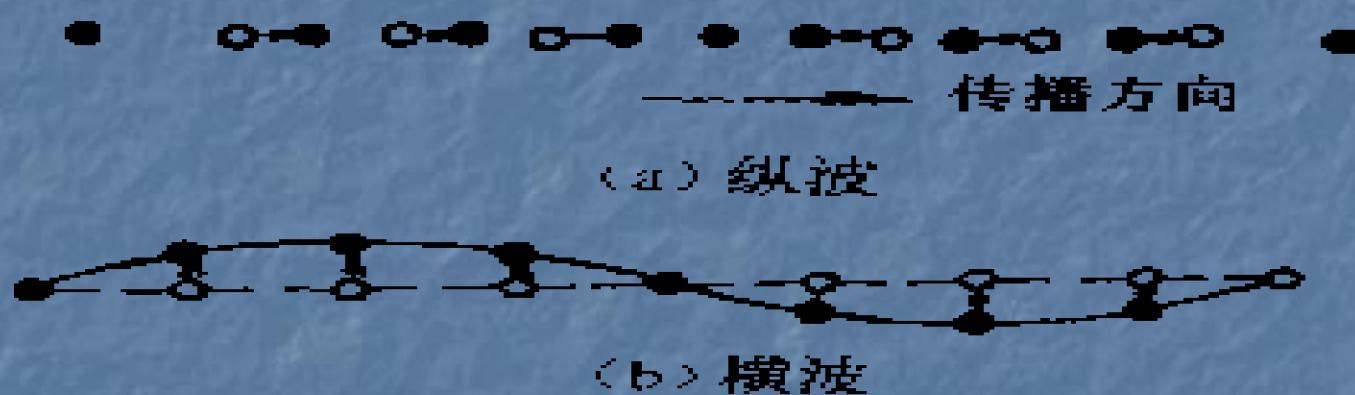


图 4-7 纵波与横波示意图  
○——平衡位置；●——原子

对于声学波，原胞中两个原子沿同一方向振动，长波的声学波代表原胞质心的振动。对于光学波，原胞中两个原子的振动方向相反，长波的光学波原胞质心不动，代表原胞中两个原子的相对振动。下图：



(a) 声学波



(b) 光学波

图 4-8 声学波和光学波示意图  
○和●代表原胞中两个不同的原子

在振动频率方面，声学波和光学波之间也存在着显著的区别。在长波范围内，声学波的频率和波数成正比，所以，长声学波可以近似被认为是弹性波。而长光学波的频率近似是一个常数，基本上与波数无关。

## ● 格波的能量：

$$\varepsilon = \frac{1}{2} h\nu, \frac{3}{2} h\nu, \frac{5}{2} h\nu \cdots \left(\frac{1}{2} + n\right) h\nu$$

格波能量量子  $h\nu$  称为声子

假设散射前，电子的波矢为  $k$ ，能量为  $\varepsilon$ ；

散射后，电子的波矢为  $k'$ ，能量为  $\varepsilon'$ ；声子的波矢为  $q$ ：

$$\hbar k' - \hbar k = \pm \hbar q$$

$$\varepsilon' - \varepsilon = \pm h\nu$$

如散射角（即散射前后电子波矢  $k$  与  $k'$  间夹角）为  $\theta$ ，如图 4-9 所示，则按照矢量法则，得



图 4-9 电子与声子  
散射前后波矢间的关系

$$\begin{aligned} q^2 &= |k|^2 + |k'|^2 - 2|k||k'|\cos\theta \\ &= (k' - k)^2 + 2kk' (1 - \cos\theta) \end{aligned} \quad (4-24)$$

如果散射前后，电子波矢的大小近似相等，即  $|k| \approx |k'|$ ，则

$$q = 2k \sin \frac{\theta}{2} \quad (4-25)$$

设散射前后电子速度大小均为  $v$ ，声子速度为  $u$ ，则  $hk = m_n^* v$ ，对长声学波来说， $h\nu_s = hqu$ ，因而散射前后电子能量变化为

$$\Delta E = E' - E = h\nu_s = hqu = 2m_n^* v^2 \left( \frac{u}{v} \right) \sin \frac{\theta}{2} \quad (4-26)$$

对长声学波振动，声子的速度  $u$  很小，因而  $u/v$  是一个很小的量，所以， $\Delta E \approx 0$ ，即散射前后电子能量基本不变，称为弹性散射。对光学波来说，声子能量  $h\nu_a$  较大，散射前后电子能量有较大的改变，称为非弹性散射。

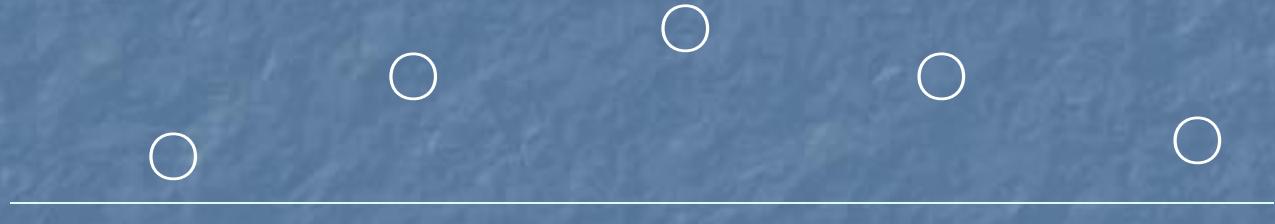
## (2) 声学波的散射

- 横声学波

平衡时

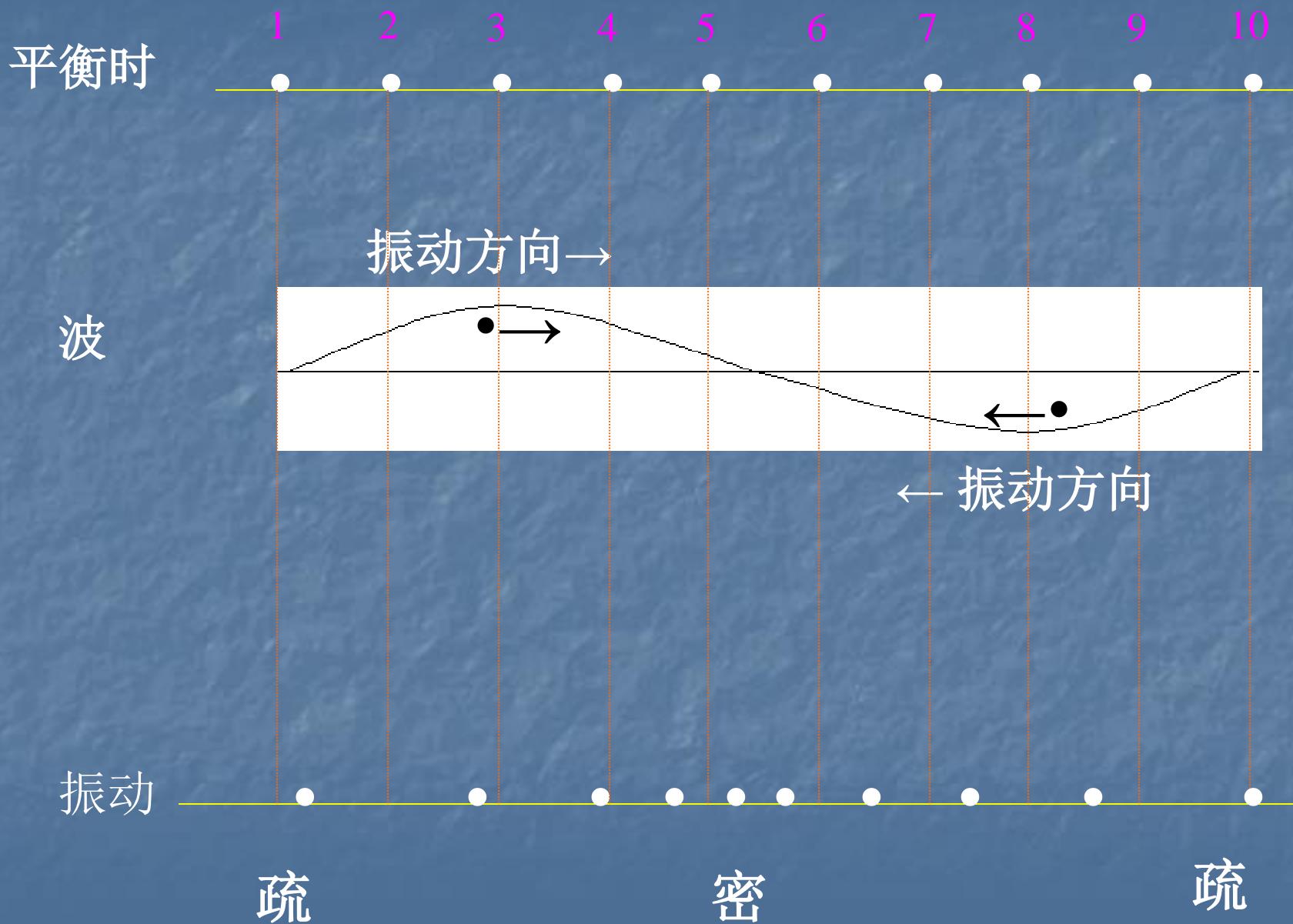


振动时



→ 波的传播方向

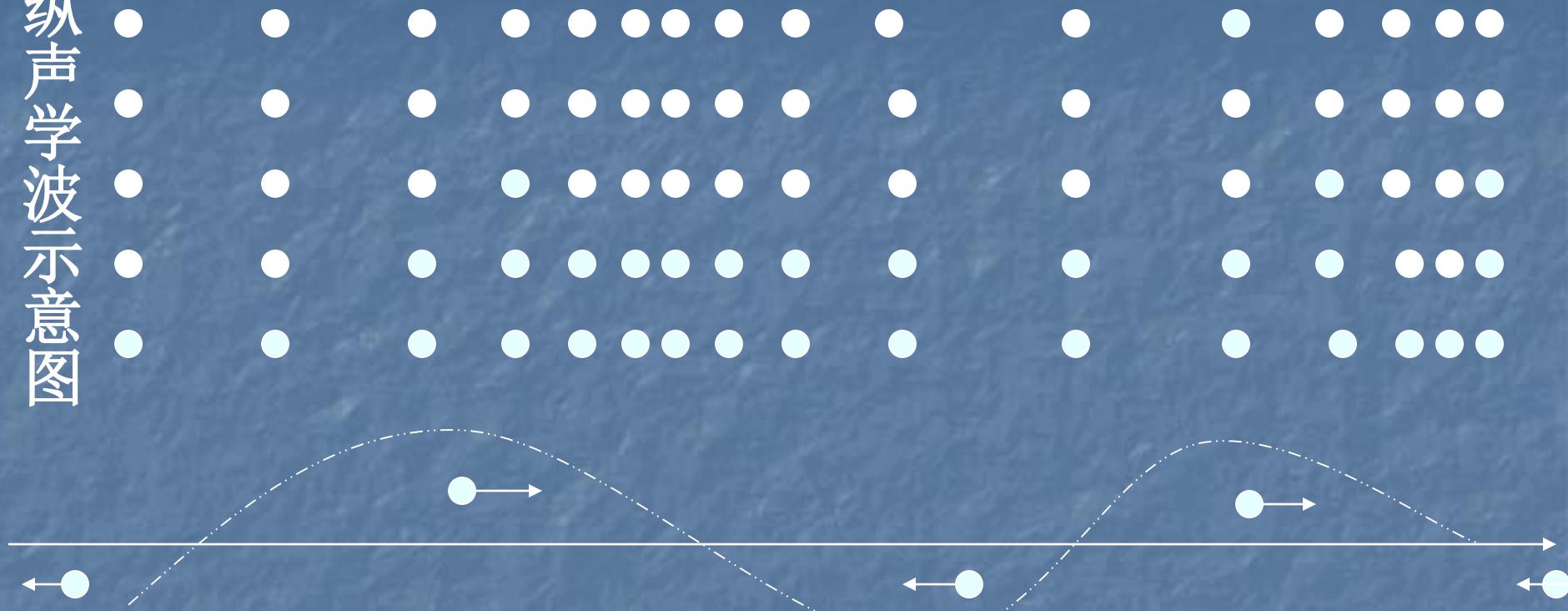
## ● 纵声学波



在能带具有单一极值的半导体中起主要散射作用的是长波。也就是波长比原子间距大很多倍的格波。由下式得，电子和声子相互作用时，根据准动量守恒，声子动量应和电子动量具同数量级。原子间距数量级在  $10^{-10}$  m .

室温下，电子热运动速度约为  $10^5$  m/s，由  $hk = m_n^* v$  可估计电子波波长约为  $\lambda = 1/k = \hbar / m_n^* v \approx 10^{-8}$  m。

# 纵声学波示意图



膨胀状态--  
原子间距增大

压缩状态—  
原子间距减小



$$E_g \rightarrow E'_g$$

纵声学波 → 原子疏密变化 →  $E_g$  变化 → 附加势 → 形变势

纵声学波的散射几率  $P_s$  与温度的关系为：

$$P_s \propto T^{3/2}$$
$$\tau_s \propto T^{-3/2}$$

横声学波要引起一定的切变，对具有多极值、旋转椭球等能面的锗、硅来说，这一切变也将引起能带极值的变化，而且形变势常数中还应包括切变的影响，因此，对这种半导体，横声学波也参与一定的散射作用。

### (3) 光学波的散射

- 横波

- 纵波

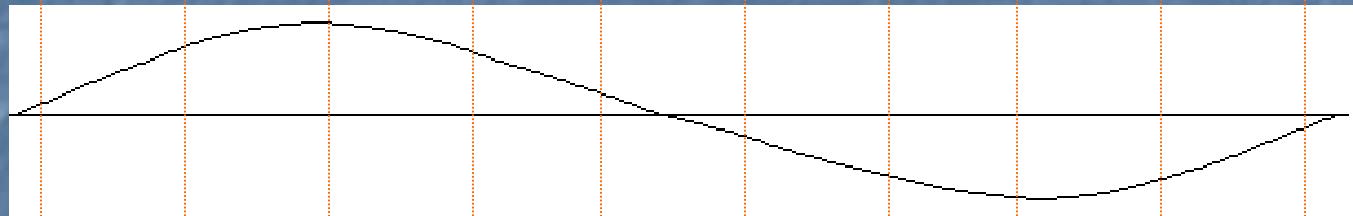


# 纵波

平衡时

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

振动方向



→ 振动方向

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

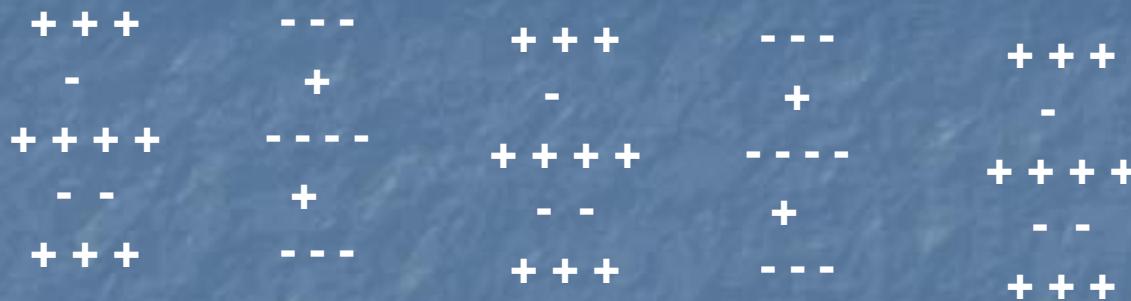
疏  
密

+ ● 密  
疏

- ● 疏  
密

在离子性半导体中，如IV-VI族化合物硫化铅等，离子键占优势；III-V族化合物砷化镓等，除共价键外，还有离子键成分，长纵光学波有重要的散射作用。在锗、硅等原子半导体中，温度不太低时，光学波也有相当的散射作用。

在离子晶体中，每个原胞内有正负两个两个离子，长纵光学波传播时，振动位移相反。如果只看一种离子，它们和纵声波一样，形成疏密相同的区域。由于正负离子位移相反，所以，正离子的密区和负离子的疏区结合……从而造成在半个波长区域内带正电，另半个波长区域内带负电，带正负电的区域将产生电场，对载流子增加一个势场的作用。



+ - + - +

纵光学波

离子晶体

极化场

纵光学波的散射几率  $P_o$ :

$$p_o \propto \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

对原子晶体：

主要是纵声学波散射；

对离子晶体：

主要是纵光学波散射。

低温时，主要是电离杂质的散射；

高温时，主要是晶格散射。

# 3. 其他因素引起的散射

## (1) 等同的能谷间散射

硅的导带具有极值能量相同的六个旋转椭球等能面（锗有四个），载流子在这些能谷中分布相同，这些能谷称为等同的能谷。对这种多能谷半导体，电子可以从一个极值附近散射到另一个极值附近，这种散射称为谷间散射。

电子在一个能谷内部散射时，电子只与长波声子发生作用，波矢  $k$  的变化很小。当电子与长声学波散射时，能量改变也很小，视为弹性散射；与长光学波散射时，能量有较大的改变，散射为非弹性的。当电子发生谷间散射时，情况就有所不同。例如波矢为  $k_1$  的电子，当处于波矢为  $k_{10}$  的极值附近时，它可以被散射到波矢为  $k_{20}$  的极值附近，波矢改变为  $k_2$ 。在这个过程中，电子的准动量有相当大的改变，它的变化为  $h\boldsymbol{q} = h\boldsymbol{k}_2 - h\boldsymbol{k}_1$ ，因而电子将吸收或发射一个短波声子，从图 4-6 看到，这种短波声子具有比较高的能量。所以，谷间散射时，电子与短波声子发生作用，同时吸收或发射一个高能量的声子，散射也是非弹性的。

散射概率  $P$  为<sup>[7]</sup>

$$P \propto \frac{\left(\frac{E}{h\nu_a} + 1\right)^{1/2}}{\exp\left(\frac{h\nu_a}{k_0 T}\right) - 1} + \frac{\text{Re}\left(\frac{E}{h\nu_a} - 1\right)^{1/2}}{\exp\left(\frac{h\nu_a}{k_0 T}\right) - 1} \exp\left(\frac{h\nu_a}{k_0 T}\right) \quad (4-31)$$

其中第一项对应于吸收一个声子的散射概率  $P_a$  为

$$P_a \propto \frac{\left(\frac{E}{h\nu_a} + 1\right)^{1/2}}{\exp\left(\frac{h\nu_a}{k_0 T}\right) - 1} = \bar{n}_q \left(\frac{E}{h\nu_a} + 1\right)^{1/2} \quad (4-32)$$

可见  $P_a$  和平均声子数  $\bar{n}_q$  成正比。第二项对应于发射一个声子的散射概率  $P_e$  为

$$P_e \propto \frac{\text{Re}\left(\frac{E}{h\nu_a} - 1\right)^{1/2}}{\exp\left(\frac{h\nu_a}{k_0 T}\right) - 1} \exp\left(\frac{h\nu_a}{k_0 T}\right) = (\bar{n}_q + 1) \text{Re}\left(\frac{E}{h\nu_a} - 1\right)^{1/2} \quad (4-33)$$

可见  $P_e$  和  $\bar{n}_q + 1$  成正比。式中  $\text{Re}[E/h\nu_a - 1]^{1/2}$  表示该项只能取实数值，当  $E < h\nu_a$  时，该项应为零，即不能发生这种发射声子的散射。

温度很低时，即当  $T \ll (h\nu_a)/k_0$  时， $P_e$  很小；由于电子的平均能量为  $(3/2)k_0 T$ ，所以  $E < h\nu_a$ ，因而  $P_e$  为零，所以，低温时谷间散射很小。

## (2) 中性杂质散射

低温下杂质没有充分电离，没有电离的杂质成中性，这种中性杂质也对周期性势场有一定的微扰作用而引起散射。

但只有在杂质浓度很高的重掺杂半导体中，当温度很低，晶格振动散射和电离杂质散射都很微弱的情况下，才起主要的散射作用。

### (3) 位错散射

在刃型位错处，刃口上的原子共价键不饱和，易于俘获电子成为受主中心。在n型材料中，如果位错线俘获了电子，就成为一串负电中心。在带负电的位错线周期形成了一个圆柱形正空间电荷区，这些正电荷是电离了的施主杂质。

这圆柱体总电荷是中性的，但是，圆柱体内部存在着电场，所以，这个圆柱体空间电荷区就是引起载流子散射的附加势场。

位错散射是各项异性的，电子垂直于空间电荷圆柱体运动时将受到散射，但平行于圆柱体运动的电子的影响就不大。散射概率与位错密度有关。

## (4) 合金散射

混合晶体有两种不同的结构：一种是其中两种同族原子是随机排列的；另一种是有序排列的。

以  $Al_x Ga_{1-x} As$  混合晶体为例，当x=0.5时，其中两种原子Al和Ga可以是有序排列的，即晶体由一层GaAs和一层AlAs交替排列组成，但更大的可能是形成Al和Ga原子在晶体中随机排列的结构。

对于后种情况，由于两种原子在III族晶格位置上的随机排列，对周期性势场产生一定的微扰作用，因而引起对载流子的散射作用，成为合金散射。

一般的，对于任一种多元化合物半导体混合晶体，当其中两种同族原子在其晶格中相应的位置上排列时，都会产生对载流子的散射作用。合金散射是混合散射晶体中所特有的散射机制。

## 4.3 迁移率与杂质浓度和温度的关系

### 一 平均自由时间和散射概率的关系

**散射几率  $P$** ：单位时间内一个载流子受到散射的次数。

在  $t$  时刻，有  $N(t)$  个电子没有遭到散射，在  $\Delta t$  内被散射的电子数：

$$N(t) - N(t + \Delta t) = N(t)P\Delta t$$

$$\frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{\Delta t} = N(t)P$$

$$\Delta t \rightarrow 0, \quad -\frac{dN(t)}{dt} = N(t)P$$

$$N(t) = Ae^{-Pt} = N_o e^{-Pt}$$

$N_0$  为  $t=0$  时没有遭到散射的电子数

$t = \frac{1}{P}$  时：

$$N\left(\frac{1}{P}\right) = \frac{N_o}{e} = 0.36N_o$$

在  $t \sim t+dt$  内，受到散射的电子数为：

$$N(t)Pdt = N_o e^{-Pt} Pdt$$

它们的自由时间为  $t$ ，总和为：

$$N(t)Pt dt = N_o e^{-Pt} Pt dt$$

平均自由时间  $\tau$ :

$$\tau = \frac{1}{N_o} \int_0^{\infty} N_o e^{-Pt} Pt dt = 1/P$$

## 二 电导率、迁移率与平均自由时间 的关系

### 1. 平均漂移速度

设电子的热运动速度为  $V_0$ ,

$$t=0, E=0, V=V_0+V_n=V_0$$

$$t>0, E\neq 0, f=-qE$$

$$a = \frac{f}{m_e^*} = -\frac{qE}{m_e^*}$$

$$V(t) = V_0 + at = V_0 - \frac{qE}{m_e^*} t$$

在  $dt$  时间内，所有遭到散射的电子的速度总和为：

$$N(t)PV(t)dt = N_o e^{-Pt} PV(t)dt$$

在  $0 \rightarrow \infty$  内，所有电子运动速度总和：

$$\int_0^{\infty} N_o e^{-Pt} PV dt = \int_0^{\infty} V_0 N_o e^{-Pt} P dt - \int_0^{\infty} N_o e^{-Pt} P \frac{qE}{m_e^*} t dt$$

其中  $\int_0^{\infty} V_0 N_o e^{-Pt} P dt = 0$

电子平均漂移速度  $V_n$

$$\begin{aligned} V_n &= \frac{1}{N_0} \int_0^\infty N_0 e^{-Pt} Pt \left(-\frac{qE}{m_e^*}\right) dt \\ &= -\frac{qE}{m_e^*} \int_0^\infty e^{-Pt} P t dt \\ &= -\frac{qE}{m_e^*} \tau_n \end{aligned}$$

$\tau_n$  电子的平均自由时间

## 2. 迁移率和电导率与平均自由时间的关系

(1) 单极值的半导体材料

$$\therefore \mu_n = \frac{|V_n|}{E} \quad \left. \begin{array}{l} \tau \uparrow, \mu \uparrow \\ m^* \uparrow, \mu \downarrow \end{array} \right\}$$

$$\therefore \mu_n = \frac{q\tau_n}{m_e^*} \quad \left. \begin{array}{l} m_e^* < m_p^*, \mu_n > \mu_p \end{array} \right\}$$

空穴的迁移率： $\mu_p = \frac{q\tau_p}{m_p^*}$

电子电导率： $\sigma_n = nq\mu_n = \frac{nq^2\tau_n}{m_e^*}$

空穴电导率： $\sigma_p = pq\mu_p = \frac{pq^2\tau_p}{m_p^*}$

对等能面为旋转椭球面的多极值半导体，因为沿晶体的不同方向有效质量不同所以迁移率与有效质量的关系要复杂。以硅为例说明。

硅导带极值有六个，等能面为旋转椭球面，椭球长轴方向沿[1 0 0]，有效质量分别为 $m_1$ 和 $m_{10}$ 。如取 $x, y, z$ 轴分别沿[1 0 0], [0 1 0]和[0 0 1]方向，则不同极值的能谷中的电子，沿 $x, y, z$ 方向的迁移率不同。设电场强度 $E_x$ 沿 $x$ 方向（参看图 4-12），[1 0 0]能谷中的电子，沿 $x$ 方向的迁移率 $\mu_1 = q\tau_n/m_1$ ，其余能谷中的电子，沿 $x$ 方向的迁移率 $\mu_2 = \mu_3$

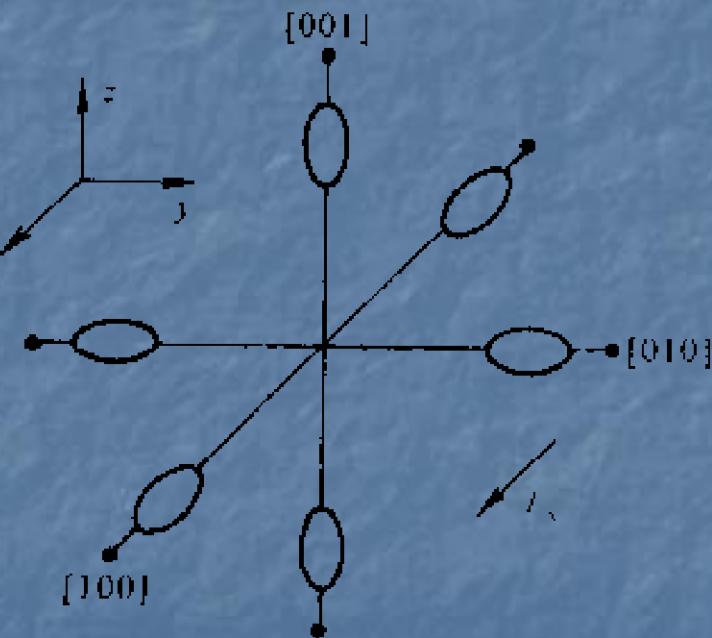


图 4-12 推导电导有效质量示意图

$= q\tau_n/m_1$ 。设电子浓度为  $n$ , 则每个能谷单位体积中有  $n/6$  个电子, 电流密度  $J_x$  应是六个能谷中电子对电流贡献的总和, 即

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{n}{3} q\mu_1 E_x + \frac{n}{3} q\mu_2 E_x + \frac{n}{3} q\mu_3 E_x \\ &= \frac{1}{3} nq(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) E_x \end{aligned} \quad (4-46)$$

仍令

$$J_x = nq\mu_c E_x \quad (4-47)$$

与式(4-46)相比, 得到

$$\mu_c = \frac{1}{3} (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) \quad (4-48)$$

$\mu_c$  称为电导迁移率。如将  $\mu_c$  仍写为如下形式

$$\mu_c = \frac{q\tau_0}{m_e} \quad (4-49)$$

将  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\mu_3$  表达式代入, 得到

$$\frac{1}{m_e} = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{m_1} + \frac{2}{m_1} \right) \quad (4-50)$$

$m_e$  称为电导有效质量。式(4-49)说明, 对多能谷半导体, 迁移率仍具有式 (4-43) 的形式, 但应代以电导有效质量  $m_e$ 。硅的  $m_1 = 0.98 m_0$ ,  $m_1 = 0.19 m_0$ , 所以  $m_e = 0.26 m_0$ 。

因为电子和空穴的平均自由时间和有效质量不同。所以它们的迁移率是不同的, 如设两者平均自由时间相同, 因为电子电导有效质量小于空穴有效质量, 所以, 电子迁移率大于空穴迁移率。

### 三、迁移率与杂质和温度的关系

1. 不同散射机构 $\mu$ 的表达式

- 纵声学波：

$$P_s \propto T^{3/2}$$

$$\tau_s \propto T^{-3/2}$$

$$= A_s T^{-3/2}$$

$$\mu_s = \frac{q\tau_s}{m^*} = \frac{A_sq}{m^*}T^{-3/2}$$

## ● 纵光学波

$$p_o \propto \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$\begin{aligned}\tau_o &\propto e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \\ &= A_o(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)\end{aligned}$$

$$\mu_o = \frac{q\tau_o}{m^*} = \frac{qA_o}{m^*}(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)$$

## ● 电离杂质的散射

$$P_i \propto N_i T^{-3/2}$$

$$\begin{aligned}\tau_i &\propto N_i^{-1} T^{3/2} \\ &= A_i N_i^{-1} T^{3/2}\end{aligned}$$

$$\mu_i = \frac{A_i q}{m^*} N_i^{-1} T^{3/2}$$

## 2. 实际材料 $\mu$ 的表达式

- GaAs

$$P = P_s + P_o + P_i$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_s} + \frac{1}{\tau_o} + \frac{1}{\tau_i}$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_s} + \frac{1}{\mu_o} + \frac{1}{\mu_i}$$

Si、Ge : 主要的散射机构是声学波散射和电离杂质散射

$$\mu_s = \frac{q}{m^*} \cdot \frac{1}{AT^{3/2}}$$

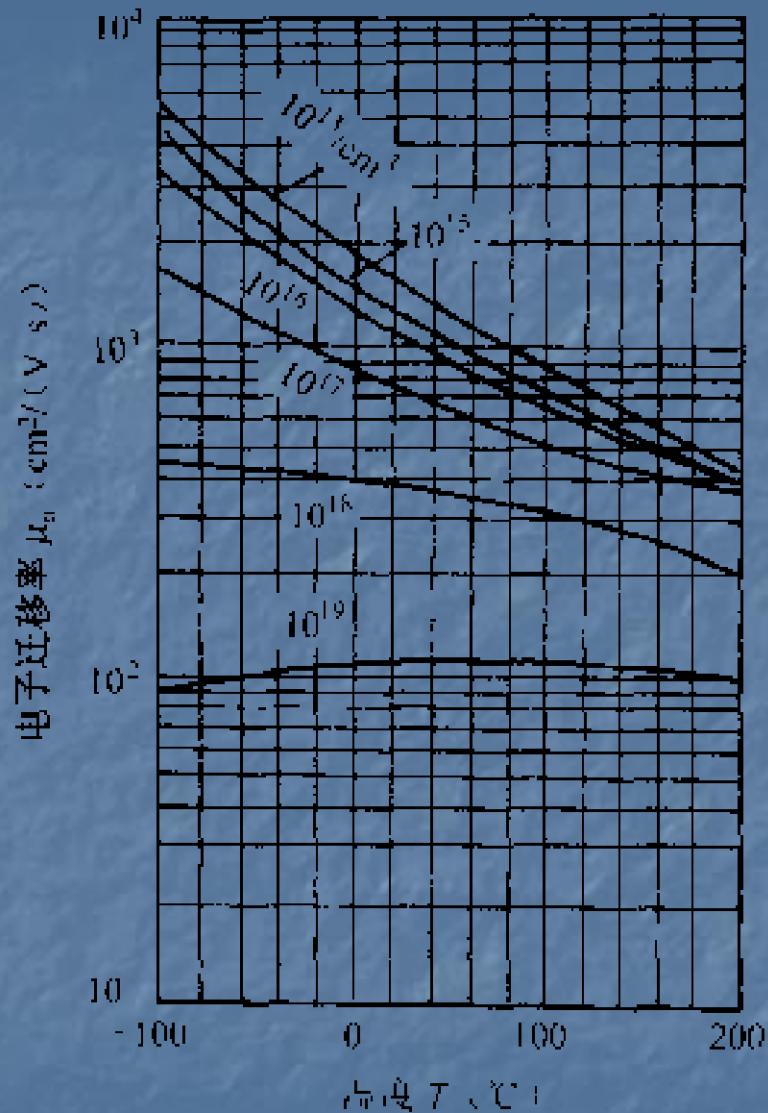
$$\mu_i = \frac{q}{m^*} \frac{T^{3/2}}{BN_i}$$

$$P = P_s + P_i$$

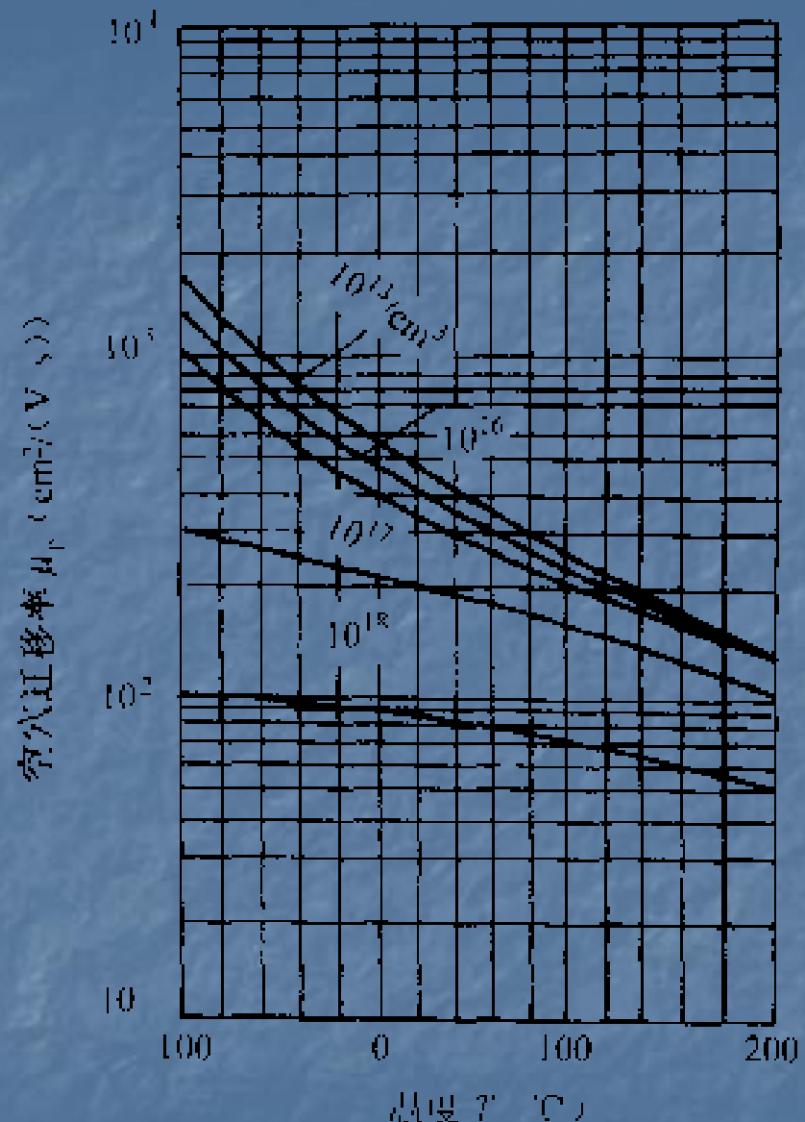
$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_s} + \frac{1}{\tau_i}$$

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu_s} + \frac{1}{\mu_i}$$

$$\mu = \frac{q}{m^*} \frac{1}{AT^{3/2} + \frac{BN_i}{T^{3/2}}}$$



(a)



(b)

图 4-13 硅中电子和空穴迁移率与杂质和温度的关系

在上图可以看出：

(1) 在高纯样品 (如  $N_i=10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ) 或杂质浓度较低的样品(到  $N_i=10^{17} \text{ cm}^{-3}$  中, 迁移率随温度升高迅速减小, 这是因为Ni很小,  $BN$  项可略去, 晶格散射起主要作用, 所以迁移率随温度增加而减低。

(2)当杂质浓度增加后, 迁移率迁移趋势就不太显著了, 这说明杂质散射机构的影响在逐渐增强。

(3) 当杂质浓度很高时 (如

$N_i=10^{19} \text{ cm}^{-3}$ ),

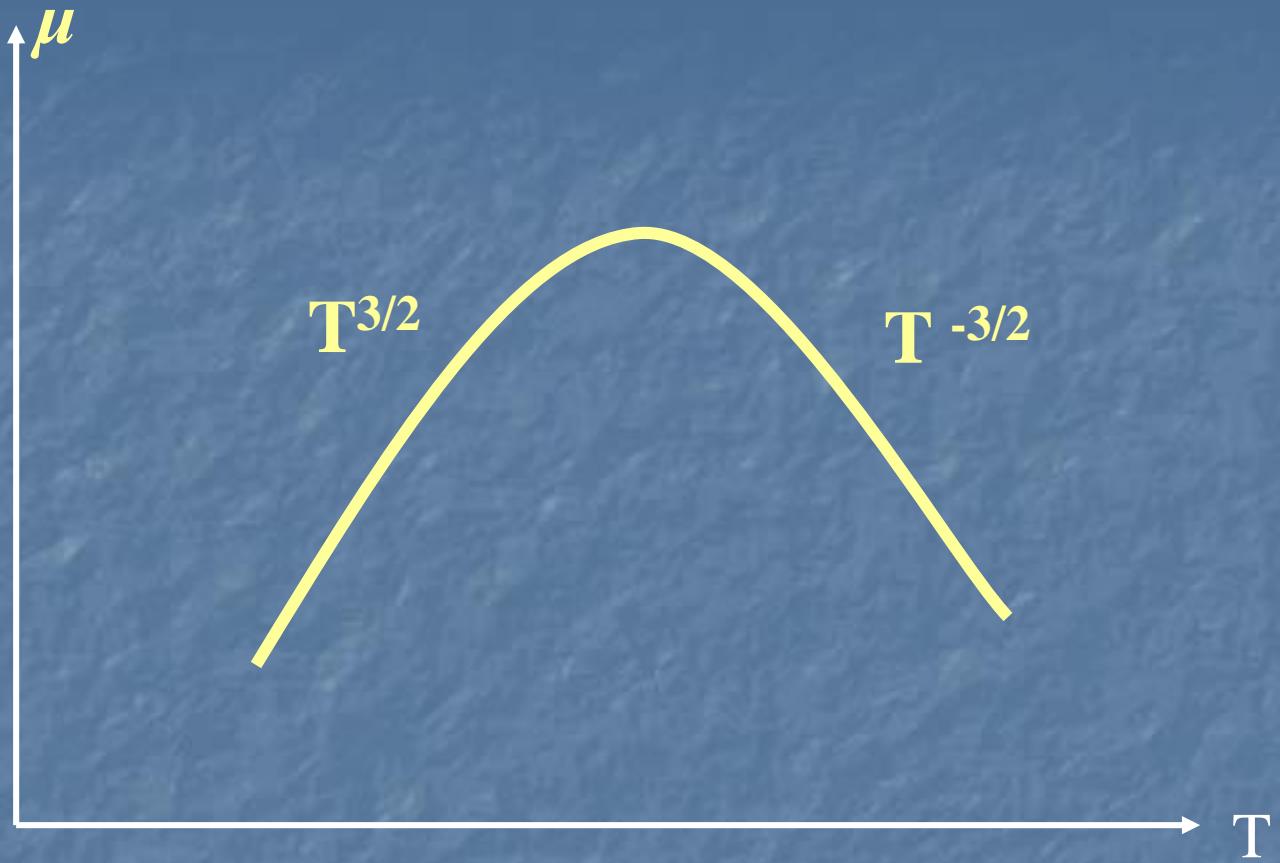
在低温范围，随着温度的升高，电子迁移率反而缓慢上升，直到温度很高（约 250℃ 左右）才稍有下降，这说明杂质散射比较显著。

温度低时，杂质散射起主要作用，晶格振动散射与前者相比，影响不大，所以迁移率随温度升高而增大。温度继续升高后，显然  $Ni$  很大，但因为  $T$  增大，可以使  $BN_i/T^{3/2}$  降低，起主导作用的是  $AT^{3/2}$  项，这时又以晶格振动散射为主，故迁移率下降。

# 总结:影响 $\mu$ 的因素

## (1) 温度的影响

- 低温时，主要是电离杂质的散射， $T \uparrow, \mu \uparrow$ ；
- 高温时，主要是晶格散射， $T \uparrow, \mu \downarrow$ 。



迁移率随温度的变化关系

## 杂质浓度 $N_i$ 的影响

$N_i < 10^{17}/\text{cm}^3$ ,  $\mu$ 与  $N_i$  无关;

$N_i > 10^{17}/\text{cm}^3$ ,  $\mu$ 随  $N_i$  的增加而下降。

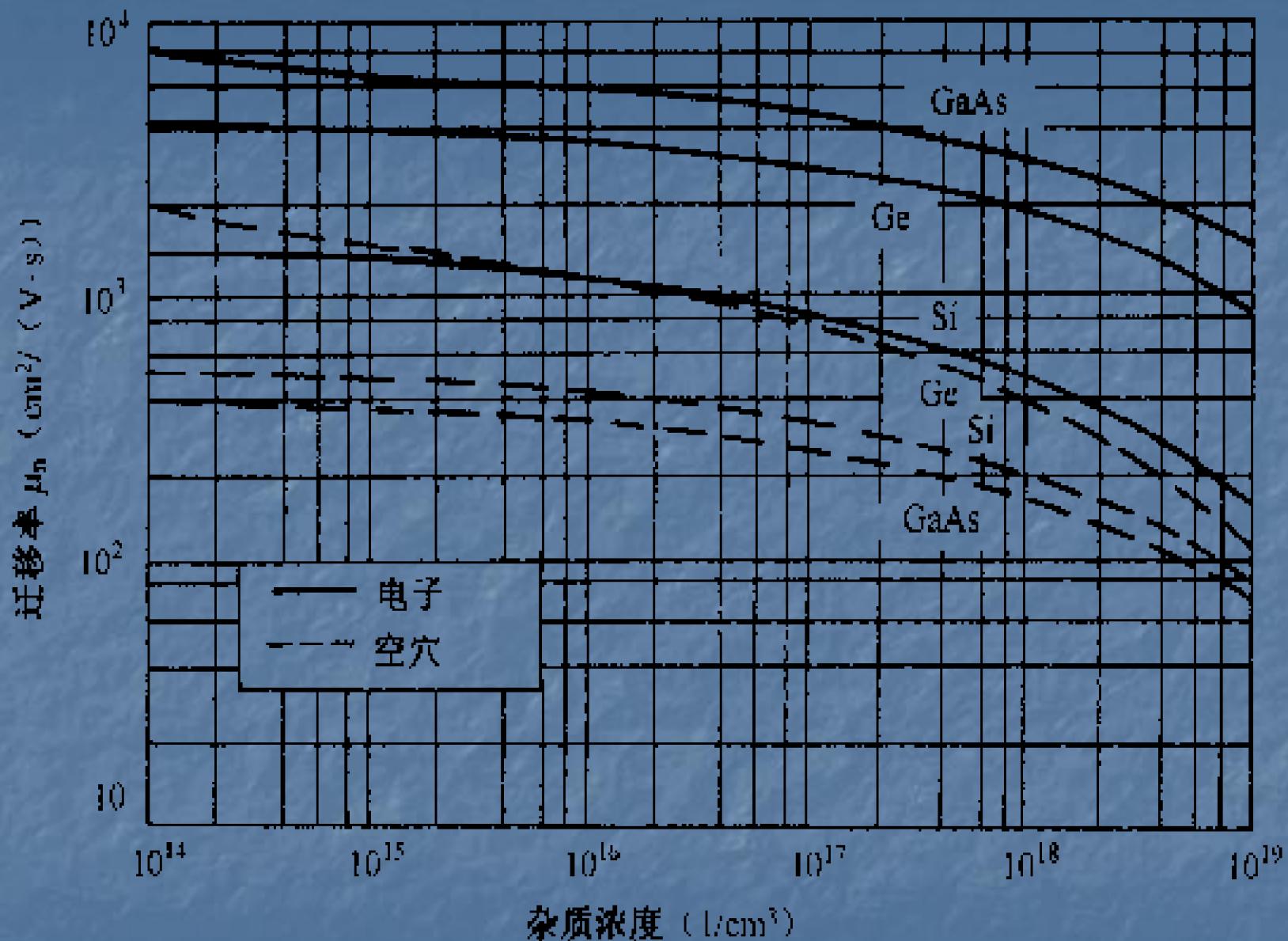
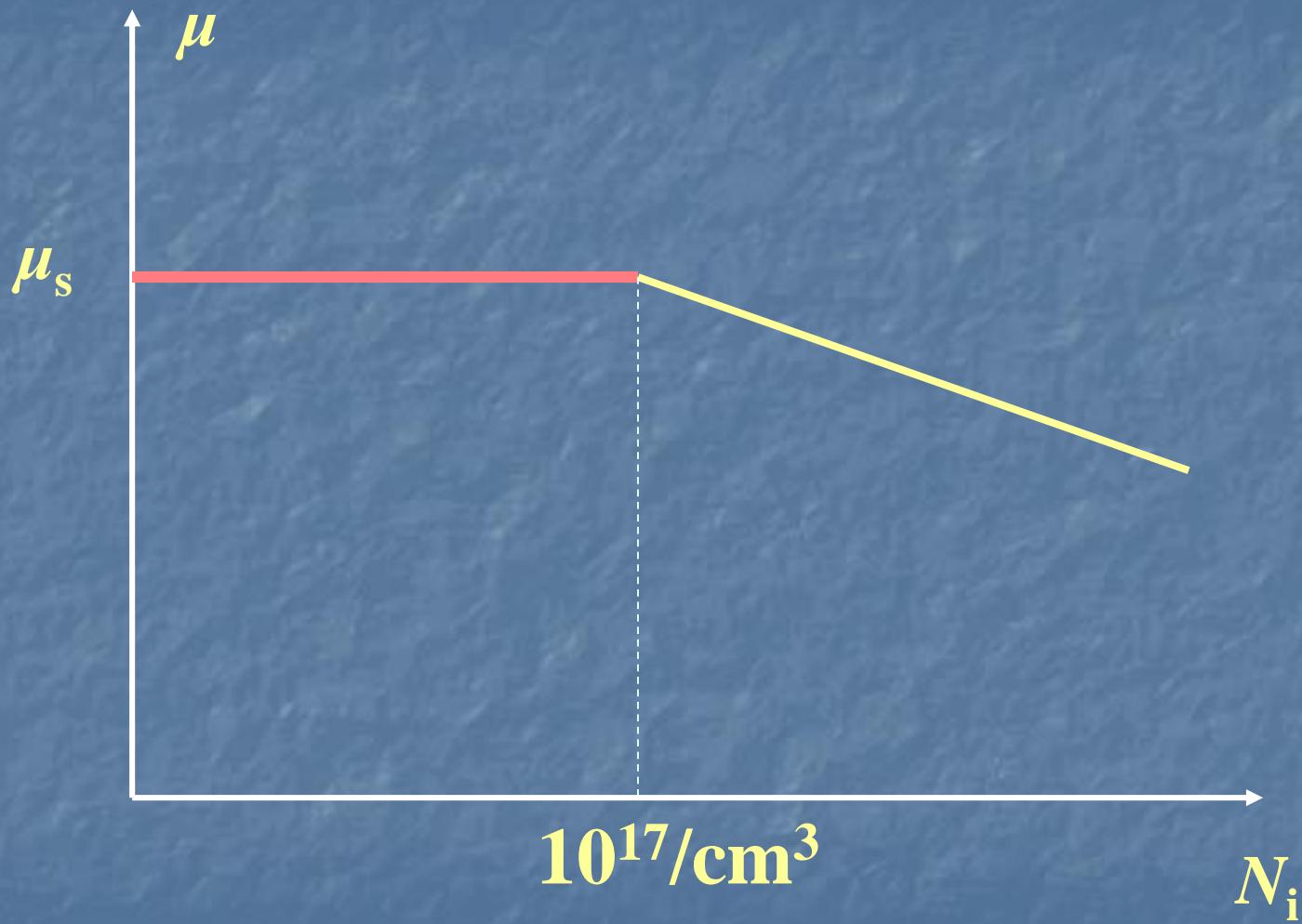


图 4-14 300K 时锗、硅、砷化镓迁移率与杂质浓度的关系



迁移率与杂质浓度的关系

可以看到，当杂质浓度增大时，迁移率都下降，与前面的一致

若 $T$ 不变， $Ni$ 越大， $\mu$ 越小，就是说，晶格振动不变时，杂质越多，散射越强，迁移率越小。

## 4.4 电阻率与温度和杂质浓度的关系

电阻率的一般公式：

$$\rho = \frac{1}{nq\mu_n + pq\mu_p}$$

$n$  型半导体：

$$\rho = \frac{1}{nq\mu_n}$$

p型半导体

$$\rho = \frac{1}{pq\mu_p}$$

本征半导体

$$\rho_i = \frac{1}{n_i q (\mu_n + \mu_p)}$$

# 1. $\rho$ 与 $N_D$ 的关系( $T$ 恒定)

$N_D < 10^{17}/\text{cm}^3$ ,  $n_o \approx N_D$ ,  $\mu \approx \mu_s$

$$\rho = \frac{1}{N_D q \mu_s}$$

$N_D > 10^{17}/\text{cm}^3$ ,  $n_o = n_D^+ \neq N_D$ ,  $\mu \neq \mu_s$

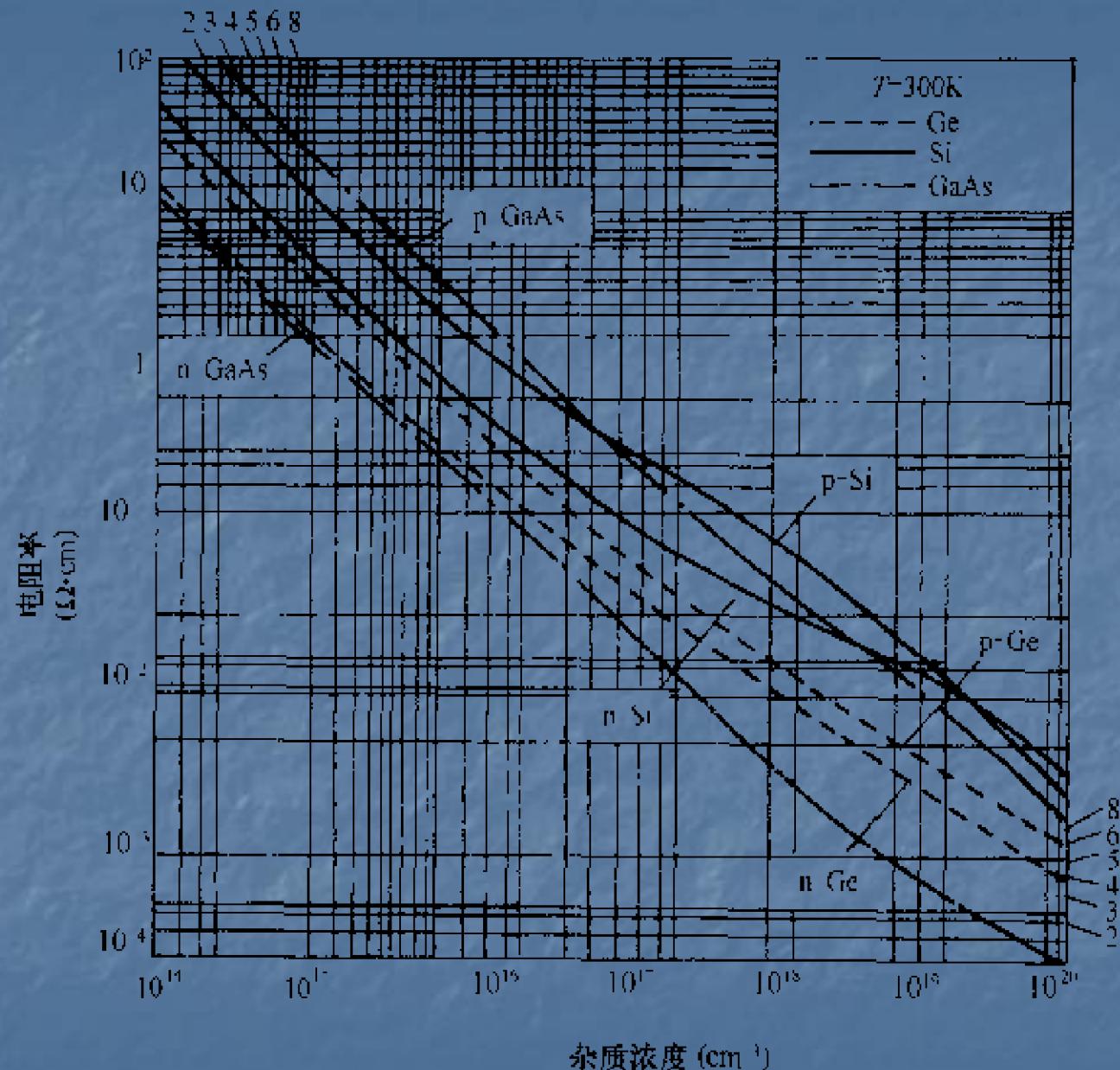
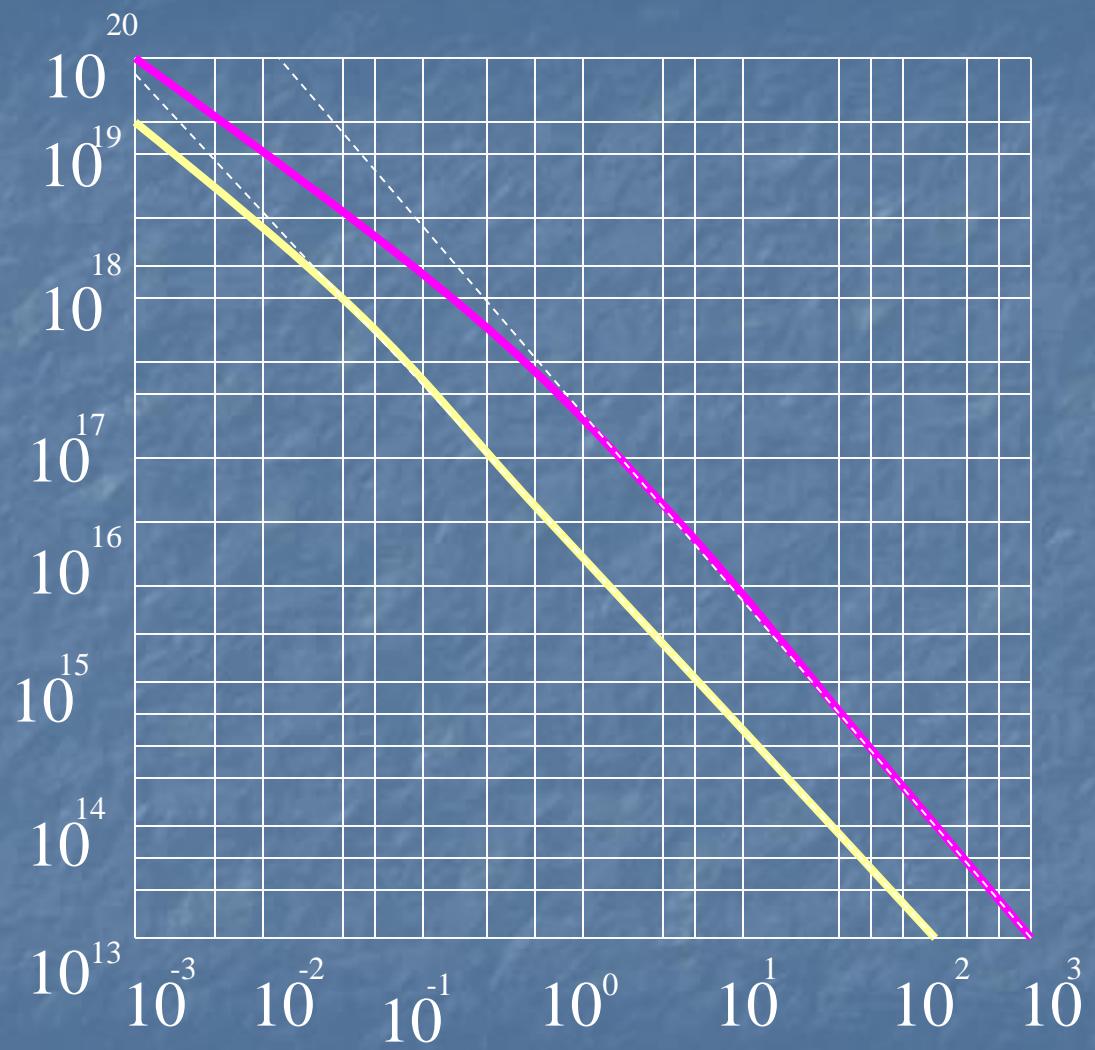


图 4-15 锗、硅、砷化镓 300K 时电阻率与杂质浓度关系



轻掺杂时（杂质浓度 $10^{16} \sim 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ ），如果认为室温下杂质全部电离，载流子浓度近似等于杂质浓度，即  $n \approx N_D$ ,  $P \approx N_A$ ，而迁移率随杂质的变化不大，可以认为是常数。因而，电阻率与杂质浓度成简单反比关系，杂质浓度越高，电阻率越小。

当杂质浓度增高时，曲线偏离直线，原因：一、杂质在室温下不能全部电离，在重掺杂的简并半导体中情况更加复杂。二、迁移率随杂质浓度的增加将显著下降。

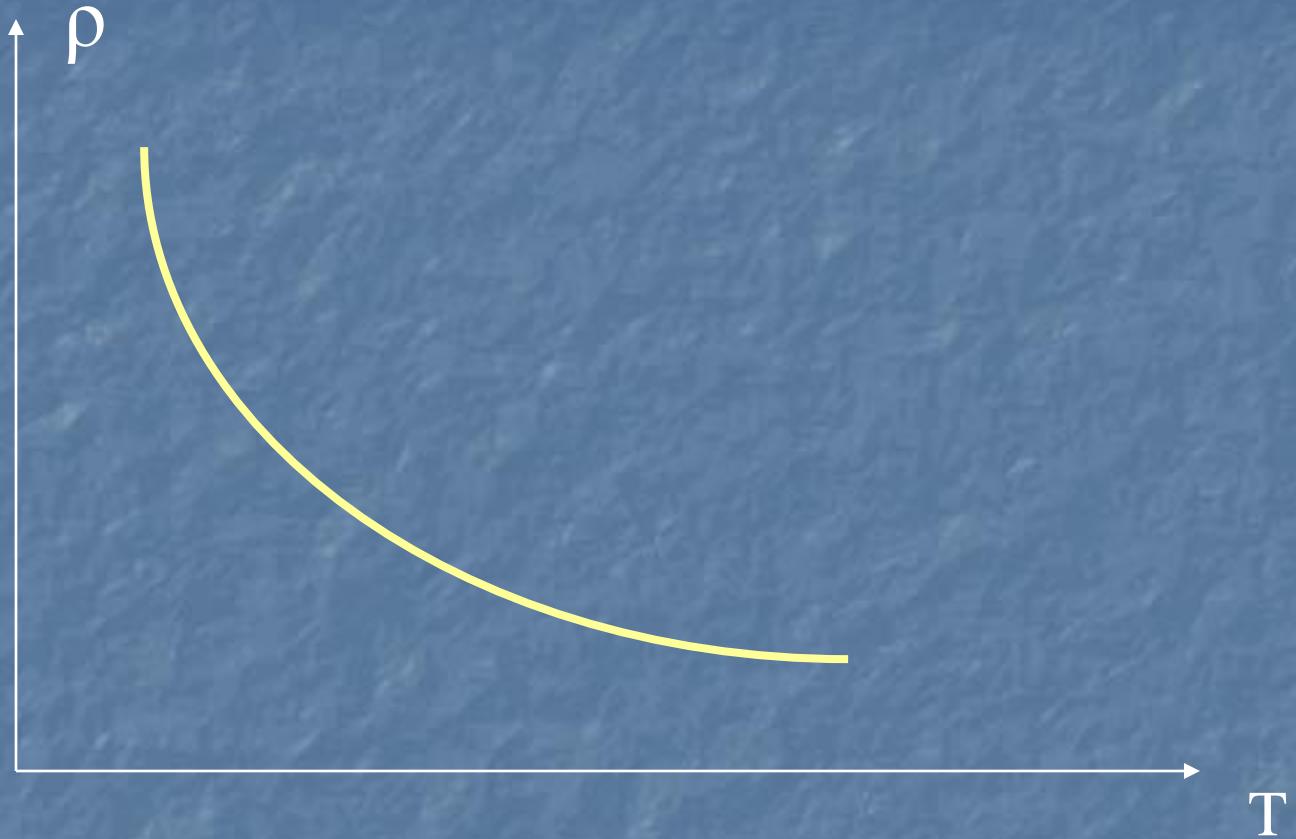
## 2. $\rho$ 与 $T$ 的关系( $N_D$ 恒定)

(1) 本征

$$\rho_i = \frac{1}{n_i q(\mu_n + \mu_p)}$$

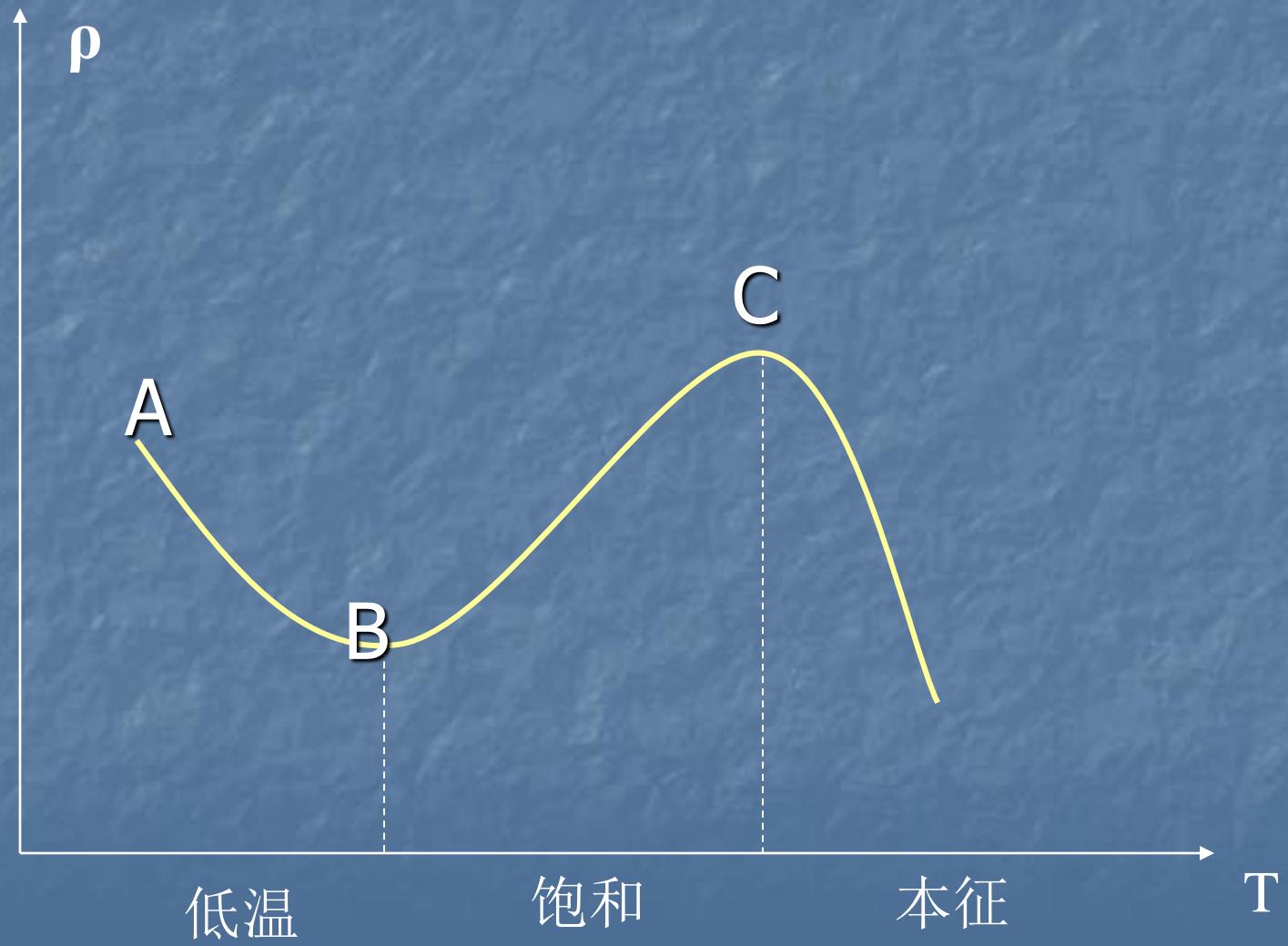
$$n_i = (N_C N_V)^{1/2} e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

$$\left. \begin{array}{l} T \uparrow, n_i \uparrow, \rho_i \downarrow \\ T \uparrow, \mu \downarrow, \rho_i \uparrow \end{array} \right\} T \uparrow \rho_i \downarrow$$



$\rho$ 与  $T$  的关系

(2)对杂质半导体，有杂质电离和本征激发两个因素存在，又有电离杂质散射和晶格散射两种散射机构的存在，因而电阻率随温度的变化关系要复杂些，下图示意地表示一定杂质浓度的硅样品的电阻率和温度的关系。



**AB段** 温度很低，本征激发可忽略，载流子主要由杂质电离提供，它随温度升高而增加；散射主要由电离杂质决定，迁移率也随温度升高而增大，所以，电阻率随温度升高而下降。

**BC段** 温度继续升高（包括室温），杂质已全部电离，本征激发还不十分显著，载流子基本上不随时间变化，晶格振动散射上升为主要矛盾，迁移率随温度升高而降低，所以，电阻率随温度升高而增大。

C段 温度继续升高，本征激发很快增加，大量本征载流子的产生远远超过迁移率减小对电阻率的影响，这时，本征激发成为矛盾的主要方面，杂质半导体的电阻率将随温度的升高而急剧地下降，表现出同本征半导体相似的特征。

很明显，杂质浓度越高，进入本征导电占优势的温度也越高；材料的禁带宽度越大，同一温度下的本征载流子浓度就越低，进入本征导电的温度也越高。温度高到本征导电起主要作用时，一般器件就不能正常工作，它就是器件的最高工作温度。

## § 4.3 迁移率和杂质浓度、温度的关系

### 1、迁移率与 $\tau$ 的关系

外场 $E$ 作用下，电子作加速运动，设平均自由时间为 $\tau$ (散射几率为 $1/\tau$ )

根据动量定理： $m_n^* \Delta V = f \cdot t = -qE \cdot \tau$

根据 $\mu$ 定义： $\Delta V = \mu_n E$

$$\mu_n = q\tau / m_n^* \quad (4.43)$$

$$\sigma_n = nq^2\tau / m_n^* \quad (4.45)$$

同理，可得：

$$\mu_p = q\tau / m_p^* \quad (4.43)$$

$$\sigma_p = pq^2\tau / m_p^* \quad (4.45)$$

总电导率：

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_n + \sigma_p = nq\mu_n + pq\mu_p \\ &= \frac{nq^2\tau}{m_n^*} + \frac{pq^2\tau}{m_p^*} \end{aligned} \quad (4.45)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{本征半导体: } \sigma = \sigma_n \\ \text{掺杂半导体: } \sigma = \sigma_p \end{array} \right.$$

可见，影响迁移率的因素（**简要分析**）：

- 1、有效质量：→电导有效质量。
- 2、平均自由时间（散射几率）：

 非补偿半导体：  
补偿半导体：载流子浓度（差）、  
                  迁移率（和）

### 3、温度的影响

随温度的升高而下降

例：Si材料的导带极值共有六个，每极值附近的等能面为旋转椭球面(如右图)，沿旋转轴方向有效质量为 $m_l$ ，垂直方向的为 $m_t$ 。若硅中电子浓度以 $n$ 表示，求当外加电场 $E$ 方向沿[100]方向时硅中的电流密度大小。

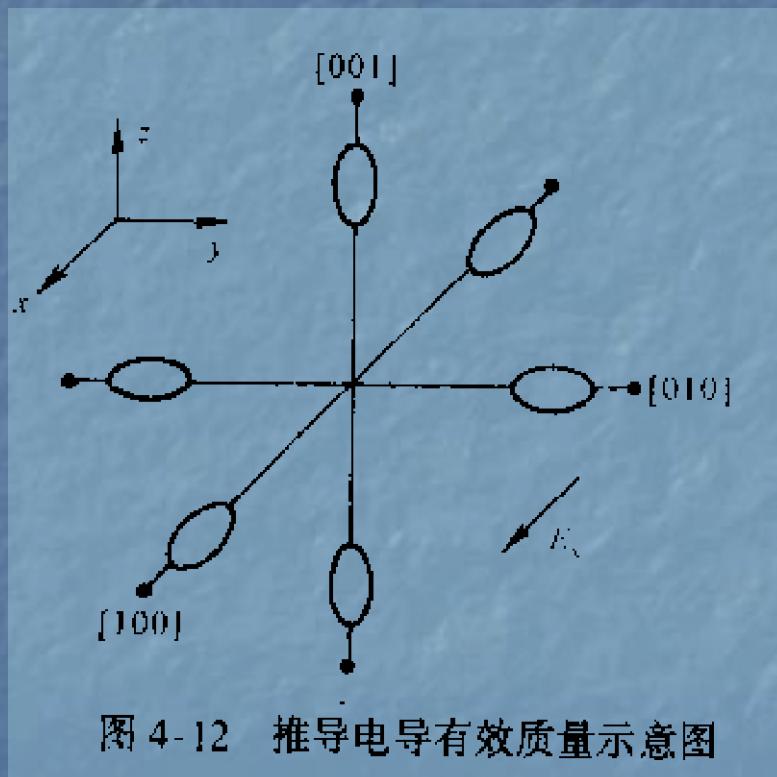


图 4-12 推导电导有效质量示意图

$$J_x = \frac{1}{3} nq(u_1 + u_2 + u_3)E_3 \\ = \bar{n}qu_c E_x$$

$$u_c = \frac{1}{3}(u_1 + u_2 + u_3) = \frac{q\tau_n}{m_c}$$

### ■电导有效质量：

$$\frac{1}{m_c} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{m_l} + \frac{2}{m_t}\right)$$

■Si:  $0.26m_0$

## § 4.5 玻尔兹曼方程 电导率的统计理论

前几节根据载流子在电场中的加速以及它们的散射，求出了在一定电场下载流子的平均漂移速度，从而得出电导率，迁移率与散射几率 $P$ 或平均自由时间 $\tau$ 的关系。但是受到两方面的限制：

1.计算中把  $\tau$  看成了常数，没考虑载流子速度的统计分布。

2.计算中假设散射后的速度完全无规则，即载流子向各方向运动的几率相等。这适合于各向同性的散射。对例如电离杂质的散射则偏向于小角散射。因而精确计算还要考虑散射的方向性。

为了简便起见，这一节我们主要讨论各向同性散射。

# 玻尔兹曼方程

- 玻尔兹曼方程：非平衡态时分布函数所满足的方程。计算半导体的电导率所必需的。
- 当半导体不受外力作用，且温度均匀时，半导体处于平衡状态，根据费米—狄拉克分布，晶体中一个能态  $E(\vec{k})$  被电子占有的几率为

$$f_0 = \frac{1}{\exp[\frac{E(\vec{k}) - E_F}{k_0 T}] + 1}$$

对于非简并半导体

$$f_0 = \exp\left[-\frac{E(\vec{k}) - E_F}{k_0 T}\right]$$

当有外加电场或存在温度梯度时，系统处于非平衡态，电子分布函数就发生改变。以  $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$  为代表处于非平衡态时的分布函数，定义波矢在  $\vec{k}$  到  $\vec{k} + d\vec{k}$  位矢  $\vec{r}$  到  $\vec{r} + d\vec{r}$  的相空间体积元  $d\vec{k}d\vec{r}$  中  $t$  时刻的电子数为

$$dN(\vec{k}, \vec{r}, t) = 2f(\vec{k}, \vec{r}, t)d\vec{k}d\vec{r}$$

■ 下面求  $f(\vec{k}, \vec{r}, t)$  满足的方程。

经过时间  $dt$  体积元  $d\vec{k}d\vec{r}$  中在  $t + dt$  时刻的电子数变为

$$dN(\vec{k}, \vec{r}, t + dt) = 2f(\vec{k}, \vec{r}, t + dt)d\vec{k}d\vec{r}$$

如  $dt$  很小，将以上用泰勒展开，得到在  $t + dt$  时刻的电子数为

$$dN(\vec{k}, \vec{r}, t + dt) = 2 \left[ f(\vec{k}, \vec{r}, t) + \frac{\partial f}{\partial t} dt \right] d\vec{k}d\vec{r}$$

因此，体积元  $d\vec{k}d\vec{r}$  中电子数增长率为

$$2 \frac{\partial f}{\partial t} d\vec{k}d\vec{r}$$

显然，电子数的改变主要是由于分布函数随时间的变化引起的。

分布函数随时间的变化原因有：

(1) 漂移变化：连续的用  $(\partial f / \partial t)_d$  来表示。

在  $t + dt$  时刻，在  $\vec{r}$  处的电子是由  $\vec{r} - \vec{v}dt$  处运动过来的；波矢为  $\vec{k}$  的电子是由  $\vec{k} - (\vec{dk} / dt)dt$  处运动过来的，因而，单位时间体积元内电子数的增加为

$$\begin{aligned} 2 \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_d d\vec{k} d\vec{r} &= 2 \left[ f \left( \vec{k} - \frac{d\vec{k}}{dt} dt, \vec{r} - \vec{v}dt, t \right) - f \left( \vec{k}, \vec{r}, t \right) \right] d\vec{k} d\vec{r} / dt \\ &= -2 \left[ \dot{\vec{k}} \cdot \nabla_{\vec{k}} f + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{r}} f \right] d\vec{k} d\vec{r} \end{aligned}$$

(2) 散射作用：由于散射引起的分布函数变化率为：

$$2\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_s d\vec{k}d\vec{r}$$

由于

$$2\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)d\vec{k}d\vec{r} = 2\left[\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_s + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_d\right]d\vec{k}d\vec{r}$$

所以

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\dot{\vec{k}} \cdot \nabla_k f - \vec{v} \cdot \nabla_r f + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_s$$

上式即为非平衡时分布函数满足的方程。

稳态下,  $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$ , 因而:

$$\vec{v} \cdot \nabla_r f + \dot{\vec{k}} \cdot \nabla_k f = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_s$$

上式即为分布函数满足的方程, 称为玻尔兹曼方程

若没有温度梯度,  $f$  不随  $r$  变化,  $\nabla_r f = 0$ , 则玻尔兹曼方程为:

$$\dot{\vec{k}} \cdot \nabla_k f = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_s$$

# 弛豫时间近似

散射项 $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)$ 应该是一个对散射几率的积分，所以玻尔兹曼方程是一个微分积分方程，求解很复杂。用弛豫时间近似法求解可以使问题变得简单些。

假定电子只在 $\tau$ 内是自由运动的，散射后有恢复无规则的分布，则：

$$f(\vec{k}, \tau) = f_0(\vec{k} - \dot{\vec{k}}\tau),$$

当 $\tau$ 很小时

$$f(\vec{k}, \tau) = f_0(\vec{k}) - \tau \vec{k} \cdot \nabla_k f_0,$$

稳态时分布函数 $f$ 和 $f_0$ 偏离不大，可近似认为

$$\nabla_k f = \nabla_k f_0,$$

由上面得式子，可得到：

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_s = - \frac{f - f_0}{\tau}.$$

上式表示一种弛豫过程，它表明如果将外场取消，由于散射作用，可以使分布函数逐渐恢复到平衡时  $f_0$ 。

上式也可以写成：

$$\left( \frac{\partial(f - f_0)}{\partial t} \right)_s = - \frac{f - f_0}{\tau},$$

解为：

$$(f - f_0)_t = (f - f_0)_{t=0} \ell^{-\frac{t}{\tau}}$$

因此弛豫时间近似下的稳态玻尔兹曼方程为：

$$\dot{\vec{k}} \cdot \nabla_k f = -\frac{f - f_0}{\tau}$$

# 弱电场近似下的玻尔兹曼方程的解

外加电场强度是  $\vec{E}$  时，

$$\dot{\vec{k}} = \frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{q\vec{E}}{h}$$

玻尔兹曼方程为

$$-\frac{q\vec{E}}{h} \cdot \nabla_{\vec{k}} f = -\frac{f - f_0}{\tau}$$

在弱电场情况下，分布函数改变不大，用  $\varphi(\vec{k})$  表示偏离

$$f(\vec{k}) = f_0 + \varphi(\vec{k})$$

综合上两式可得：

$$\varphi(\vec{k}) = \frac{q\tau}{h} \nabla_k f_0 \cdot \vec{E} = \frac{q\tau}{h} \frac{\partial f_0}{\partial E} \nabla_k E \cdot \vec{E} = q\tau \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{v} \cdot \vec{E}$$

上式用到了速度和能量的关系式：

$$v = \frac{1}{h} \frac{dE}{dk} \text{ (一维)}$$

$$v = \frac{1}{h} \nabla_k E \text{ (三维)}$$

设有 $n$ 到 $n + dn$ 个电子均以速度 $\vec{v}$ 运动，则电流密度应是下面积分

$$\vec{J} = -q \int \vec{v} dn$$

由 $dn = 2f dk$ , 所以

$$\vec{J} = -q \int \vec{v} dn = -2q \int \vec{v} f d\vec{k} = -2q \int \vec{v} (f_0 + \varphi) dk$$

由于 $f_0$ 只与 $\vec{E}$ 有关，因之是 $k_x, k_y, k_z$ 的偶函数，而 $\vec{v}$ 在 $\vec{k}$ 空间是奇函数，所以

$$\int \vec{v} f_0 d\vec{k} = 0$$

也就是说平衡状态下电流等于零，电流密度只是由分布函数对平衡态的偏离  $\varphi(\vec{k})$  所决定。所以

$$\vec{J} = -2q^2 \int \tau \frac{\partial f_0}{\partial E} \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{E}) d\vec{k}$$

上式也可写为

$$\vec{J}_i = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} E_j \quad (i = 1, 2, 3)$$

所以，电导率可表示为下式：

$$\sigma_{ij} = -2q^2 \int \tau \frac{\partial f_0}{\partial E} v_i v_j dk$$

上式即为考虑到电子处于非平衡态，载流子速度的统计分布情况下，在弛豫时间近似和弱电场近似下，电导率的精确表达式。

# § 4.6 强电场下的效应 ( $\mu$ ) 热载流子

## 载流子速度和迁移率关系：

- a. 电场不太强时，电流密度与电场强度服从欧姆定律， $\vec{J} = \sigma |\vec{E}|$ ，在给定的材料，电导率是常数，与电场无关。这说明平均漂移速度与电场强度成正比，迁移率大小与电场无关。
- b. 但当电场强度在  $10^3 \sim 10^5 V/cm$  范围内与欧姆定律偏离，迁移率随电场改变。
- c. 当电场增强到接近  $10^5 V/cm$  时，载流子浓度和迁移率都开始改变。

电场不是很强时：

载流子

声学波散射

电场进一步增强后：

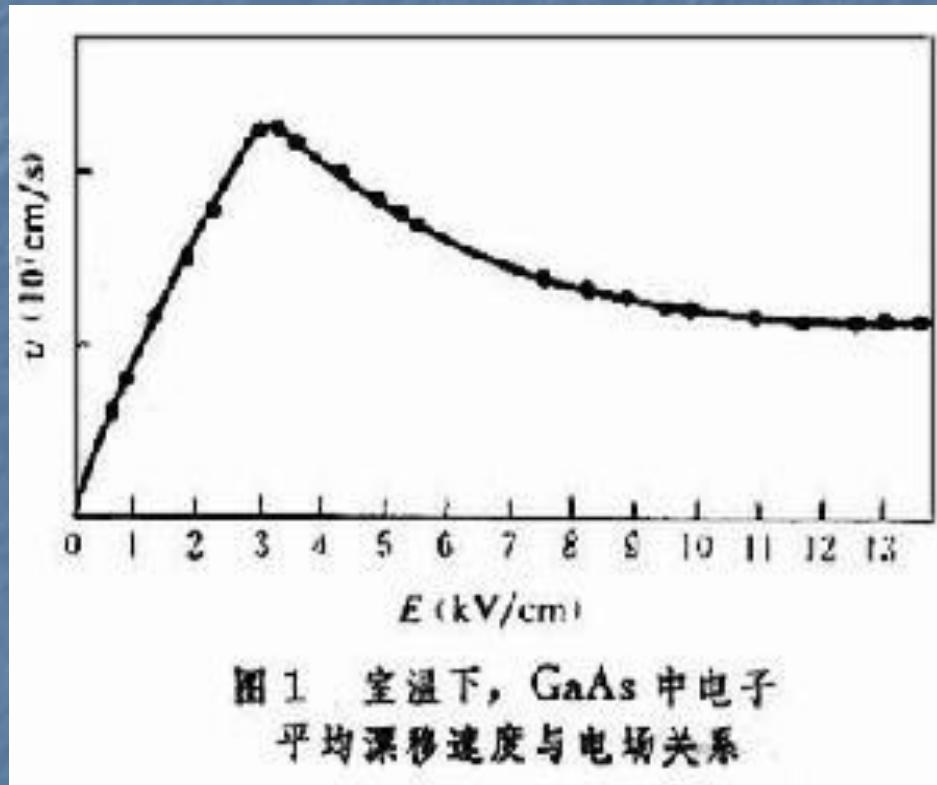
载流子

发射光学波声子

载流子获得的能量大部分又消失，平均漂移速度可以达到饱和

- d. 饱和：当电场继续增加，漂移速度达到饱和。
- e. 击穿：当电场强度在增强，就会发生所谓的击穿现象。

下图为GaAs的平均漂移速度与电场强度的关系



$|\vec{E}| < 3 \times 10^3 \text{ V/cm}$ 时， $\bar{v}$ 和 $|\vec{E}|$ 成线性关系， $\sigma$ 为常数。

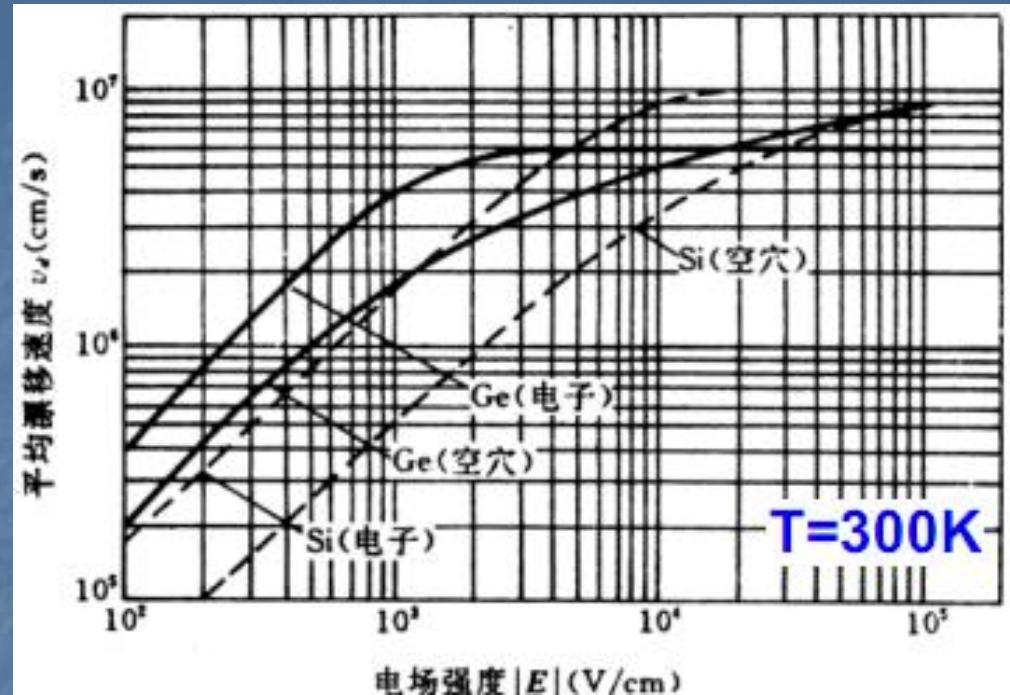
$3 \times 10^3 \text{ V/cm} < |\vec{E}| < 1.1 \times 10^4 \text{ V/cm}$ 时， $\bar{v}$ 开始减小， $\sigma$ 随 $|\vec{E}|$ 增加变小。

$|\vec{E}|$ 达到 $1.1 \times 10^4 \text{ V/cm}$ 后， $\bar{v}$ 趋于饱和，不随 $|\vec{E}|$ 变化。

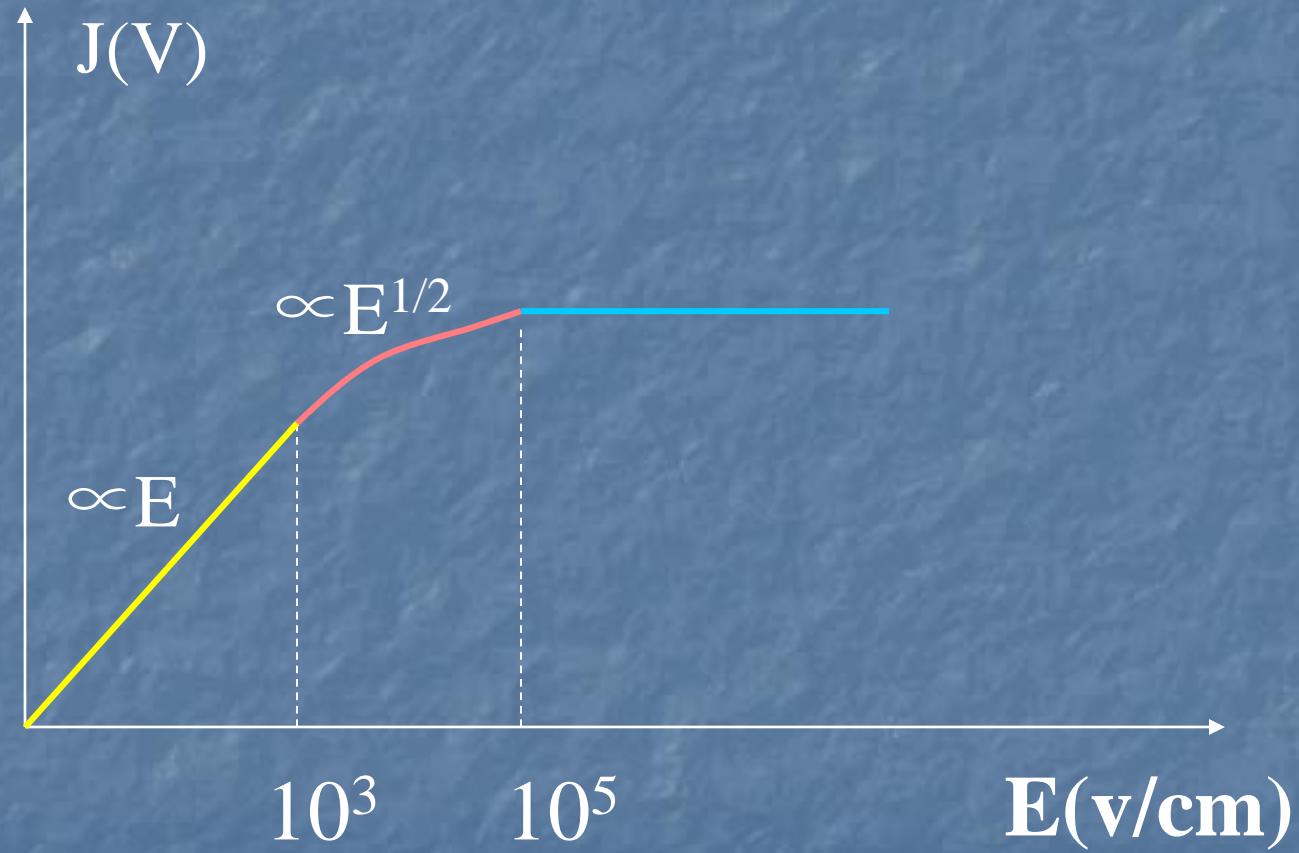
N型锗： $E < 7 \times 10^2 \text{ V/cm}$  时， $v_d$ 与 $E$ 成线性关系；

$\mu$ 与 $E$ 无关；

当 $7 \times 10^2 \text{ V/cm} < E < 5 \times 10^3 \text{ V/cm}$  时， $v_d$ 增加缓慢； $\mu$ 随 $E$ 增加而缓慢降低；



$E > 5 \times 10^3 \text{ V/cm}$  时， $v_d$ 达到饱和，不随 $\mu E$ 变化，  
N型Si与锗的变化趋势类似，只是 $E$ 的范围不同，饱和值  
分别为 $6 \times 10^6 \text{ m/s}$ 和  $10^7 \text{ m/s}$



## 2. 强电场时的散射理论



无电场时：

载流子与晶格散射时，将吸收声子或发射声子，与晶格交换动量和能量，最终达到热平衡，载流子的平均能量与晶格相同，两者处于同一温度。

在电场存在时，载流子从电场中获得能量，随后又以发射声子的形式将能量传给晶格，这时，平均的说，载流子发射的声子数多余吸收的声子数。到达稳定状态时，单位时间载流子从电场中或得的能量同给予晶格的能量相同。

但是，在强电场情况下，载流子从电场中获得的能量很多，载流子的平均能量比热平衡状态时的大，因而载流子和晶格系统不再处于热平衡状态。

在强电场下：

载流子的平均能量>>热平衡状态时的



载流子和晶格系统不再处于热平衡状态

↑  
载流子温度  $T_e$       晶格温度  $T_l$

$$T_e \neq T_l$$

温度是平均动能的量度，既然载流子的能量大于晶格系统的能量，人们便引进载流子的有效温度 $T_e$ 来描写与晶格系统不处于热平衡状态的载流子，并称这种状态的载流子为**热载流子**。

所以，在强电场情况下，载流子温度 $T_e$ 比晶格温度 $T$ 高，载流子的平均能量比晶格的大。热载流子与晶格散射时由于热载流子能量高，速度大于热平衡状态下的速度，由 $\tau = l/v$ 看出，在平均自由程保持不变的情况下，平均自由时间减小，因而迁移率降低。

原因：主要是载流子与晶格振动散射时的能量交换。

- a.当无外加电场情况下，载流子和晶格散射时，将吸收声子和发射声子，交换的净能量为0，两者处于热平衡状态。
- b.有弱电场存在时，载流子从电场中获得能量，又以发射声子的形式将能量传给晶格，达到稳定后，单位时间内载流子从电场中获得的能量等于给与晶格的能量。
- c.在强电场下，载流子从电场获得能量很多，和晶格系统不在处于热平衡，**载流子能量>晶格系统的能量**。温度是动能的量度，人们引进  $T_e$  来描写与晶格系统不处于

热平衡状态的载流子，并称这种状态的载流子为  
**热载流子**

- d.当电场强度不是太高时，载流子主要和声学波散射，所以迁移率会降低。
- e.当电场强度进一步增强，载流子能量高到可以和光学波声子能量相比时，散射时发射光学波，能量大部分又消失，因而平均漂移速度可以达到饱和。
- f.当电场强度在增强，就会发生所谓的**击穿**现象。

强场下载流子的平均动能明显高于热平衡时的值  
——热载流子

由  $\tau = l/v$ , 平均自由程保持不变,  $v$  增大,  $\tau$  减小, 所以迁移率下降。

- 1° 热载流子受电离杂质散射弱, 但声子散射 (特别是光学声子) 可以很强;
- 2° 热载流子可以在等价或不等价能谷间转移.

$$\mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{T_e}}$$

当载流子与晶格处于热平衡时,  $T=T_e$ ,  $\mu=\mu_0$ , 遵循欧姆定律。

1. 已知本征Ge的电导率在310K时为3.56E-2 S/cm，在273K时为0.42E-2 S/cm。一个n型Ge样品，在这两个温度时，其施主杂质浓度 $N_D=1E15\text{cm}^{-3}$ 。计算在上述两个温度时该n型Ge的电导率。（设迁移率为常数， $\mu_n=3600\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ， $\mu_p=1700\text{cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$ ；杂质已经全电离）。

[解]: 本征半导体的电导率表达式为:

$$\sigma_i = n_i q (\mu_n + \mu_p) \Rightarrow n_i = \frac{\sigma_i}{q (\mu_n + \mu_p)}$$

①当 T=310K时

$$\sigma_i = 3.56 \times 10^{-2} \text{ S/cm}$$

那么  $n_i = \frac{3.56 \times 10^{-2}}{1.6 \times 10^{-19} \times (3600 + 1700)} = 4.2 \times 10^{13} / \text{cm}^3$

施主杂质浓度  $N_D = 1 \times 10^{15} / \text{cm}^3$ ，在310K时杂质全部电离此  
时  $n_0 = n_i + N_D = 1.042 \times 10^{15} / \text{cm}^3$

且  $n_0 p_0 = n_i^2 \Rightarrow p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{(4.2 \times 10^{13})^2}{1.042 \times 10^{15}} = 1.7 \times 10^{12} / cm^3$

故310K时，掺杂Ge的电导率为  $\sigma = n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p = 0.6 S/cm$

②当 T=273K时  $n_i = \frac{0.42 \times 10^{-2}}{1.6 \times 10^{-19} \times (3600 + 1700)} = 4.7 \times 10^{12} / cm^3$

施主杂质浓度  $N_D = 10^{15} / cm^3$

在273K时  $n_0 = n_i + N_D = 1.0047 \times 10^{15} / cm^3$

又  $p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{(4.7 \times 10^{12})^2}{1.0047 \times 10^{15}} = 2.2 \times 10^{10} / cm^3$

故273K时，掺杂Ge的电导率为：

$$\sigma = n_0 q \mu_n + p_0 q \mu_p = 0.58 S/cm$$

# § 4.7 多能谷散射 耿氏效应

- 1963年，耿氏发现在n型砷化镓两端电极上加上电压，当半导体内电场超过 $3 \times 10^3 \text{ V/cm}$ 时，半导体内的电流便以很高的频率振荡，约为0.47~6.5GHz，这个效应被称为耿氏效应。
- 1964年，克罗默指出，这种效应和瑞利，沃特金斯，希尔萨分别发表的微分负阻理论相一致。

## 2. 高场畴区及耿氏振荡

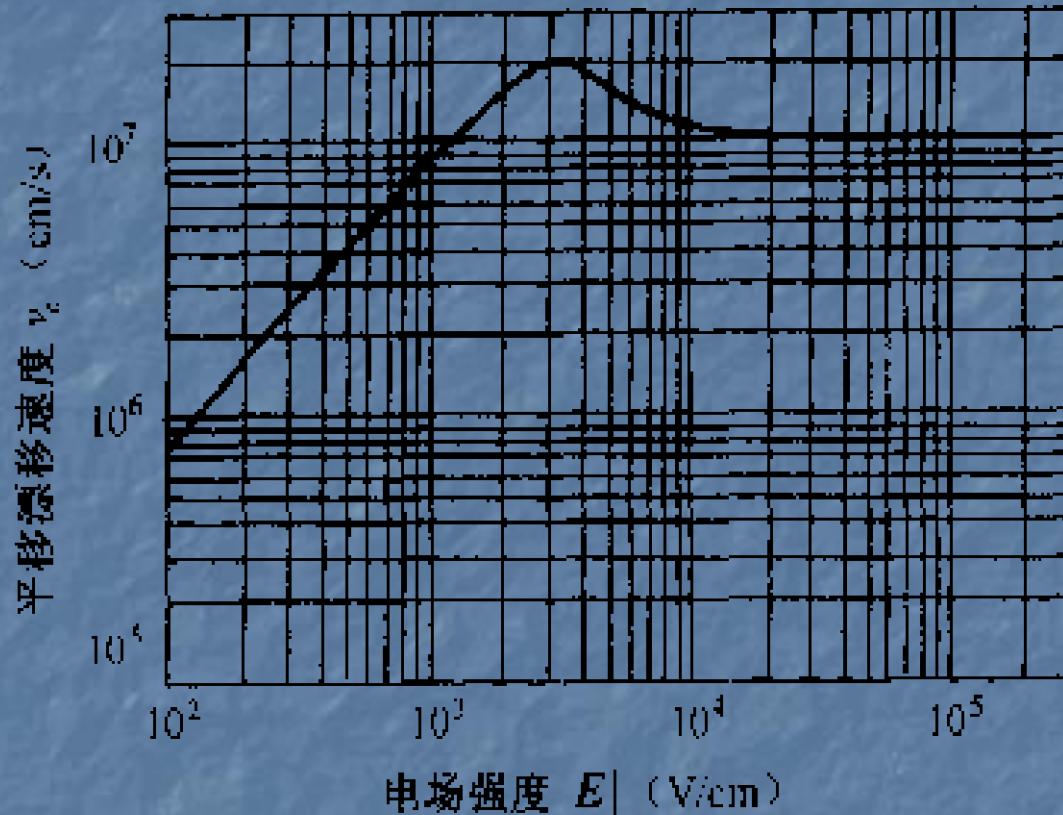
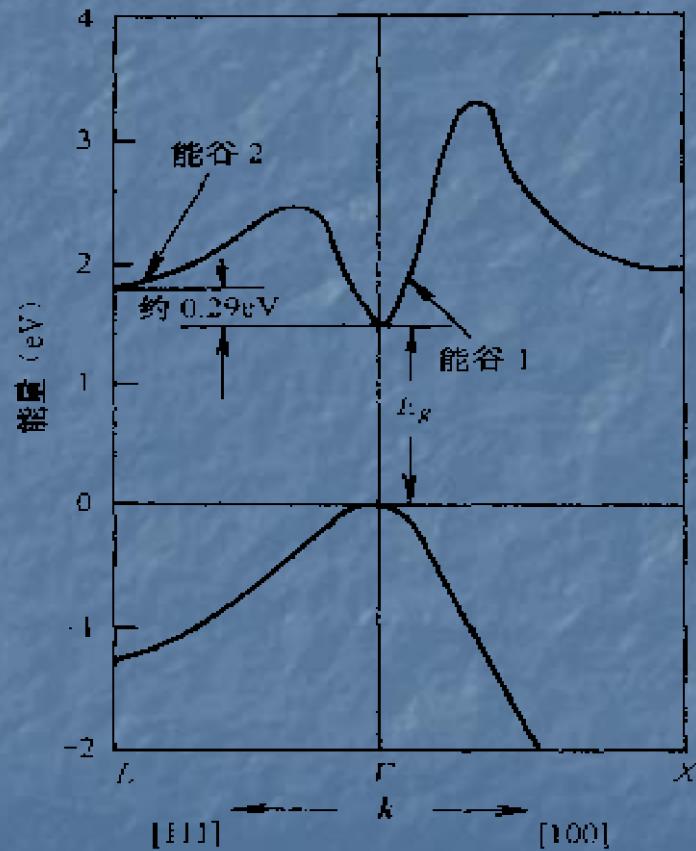


图4.20 砷化镓电子平均漂移速度与电场强度的关系

# 1. 多能谷散射 负微分电导



- a. 半导体（或固体物理）中是根据电子的能量和K态来标识身份的。
- b. 能谷1、2的对应的有效质量大小？
- c. 电导率表达式？

图4.19 砷化镓能带结构

从砷化镓的能带结构可以看出，导带具有双能谷，当温度不太高，电场不太强时，导带电子大部分位于能谷1。能谷2的曲率比能谷1小，所以有效质量大。

所以会产生负微分电导，是由于当电场达到  $3 \times 10^3 \text{ V/cm}$  能谷1中电子可从电场中获得足够的能量而开始转移到能谷2，发生能谷间的散射，将发射或吸收一个光学声子，但是进入能谷2后，电子的有效质量大为增加，迁移率大为下降，平均漂移速度减小，从而出现负阻效应。

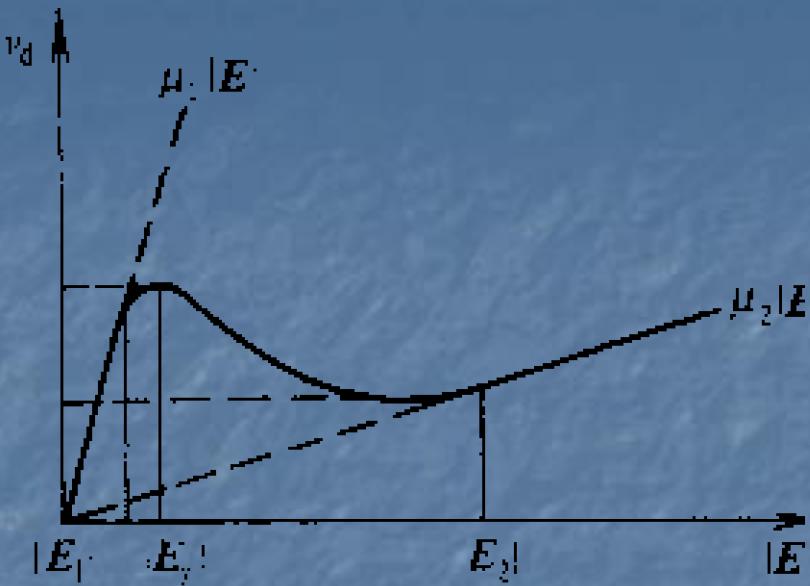


图4.22  $V_d$ 与 $|E|$ 的关系

能谷1:  $\mu_1 = q\tau_{n1} / m_{n1}^*$   $V_1 = \mu_1 E$

能谷2:  $\mu_2 = q\tau_{n2} / m_{n2}^*$   $V_2 = \mu_2 E$

两者混合:  $\mu = \frac{n_1(q\tau_{n1} / m_{n1}^*) + n_2(q\tau_{n2} / m_{n2}^*)}{n_1 + n_2}$

若：由于某种原因(如掺杂不均匀)，晶体出现了空间电荷(这些电荷同时也使附近电场发生变化)，**此时这些空间电荷将如何变化？**

对正微分电导：空间电荷，很快消散。

对负微分电导：空间电荷将成长。(偶极畴)

### a. 空间电荷增加导致的电场变化：

偶极畴的电场方向与外界相同，从而导致畴内电场增加，畴外电场降低。(高场畴)

### b. 电场变化导致：

内场增加导致畴区内电子速度更慢，从而偶极畴将增长。同时外场降低，区外的电子也有所降低。

### c. 畴内电场增加 → 速度趋向饱和。畴外电场降低 → 降低到饱和速度时(图4.20)，畴稳定。向阳极稳定漂移。

## ■ 瞬区的宽度:

$$V = |E_d|l = |E_b|d + (l - d)|E_a|$$

$$d = l \frac{|E_d| - |E_a|}{|E_b| - |E_a|}$$

其中， $E_d$ 是无瞬区时的电场强度。 $E_a$ 是瞬外的电场强度， $E_b$ 是瞬内的电场强度。这里假设瞬内瞬外的电场都是均匀的。