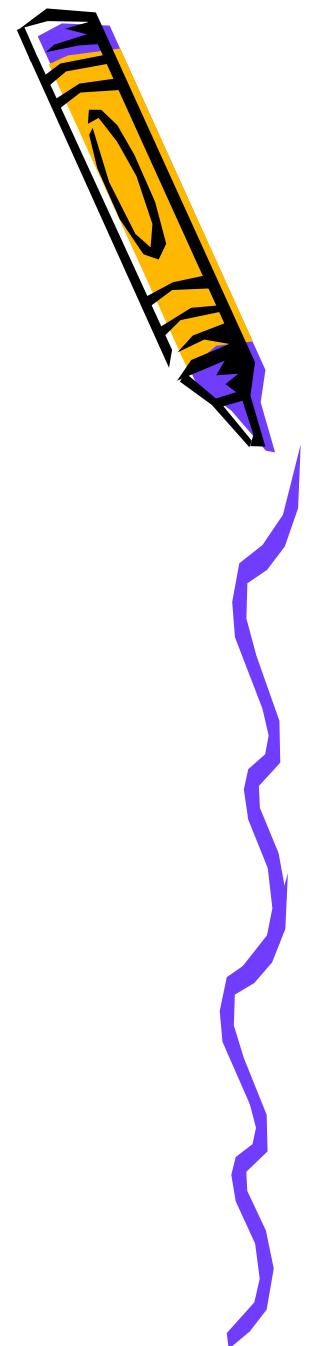
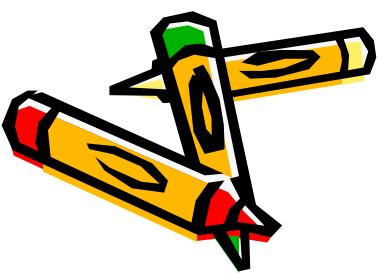


第五章 非平衡载流子



- 本章主要内容

5.1 非平衡载流子的注入与复合

5.2 非平衡载流子的寿命

5.3 准费米能级

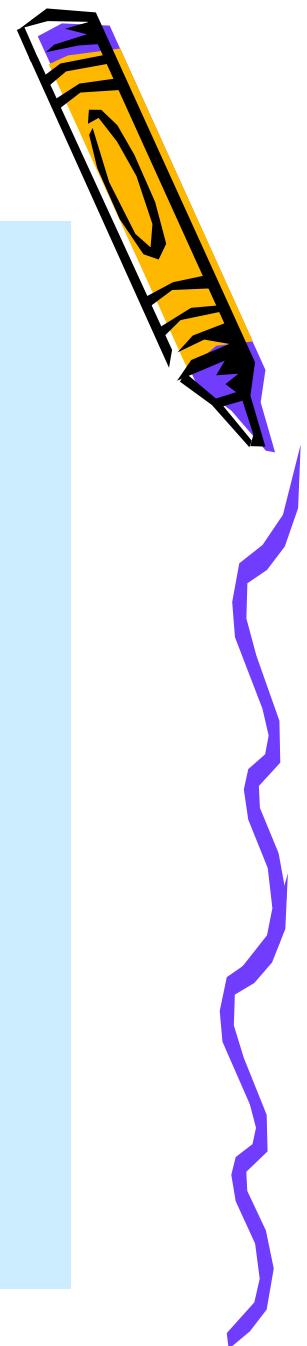
5.4 复合理论

5.5 陷阱效应

5.6 载流子的扩散运动

5.7 漂移运动

5.8 连续性方程



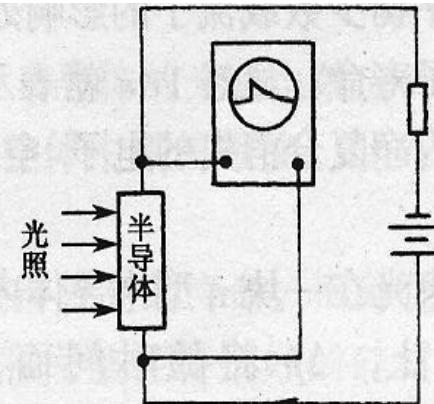
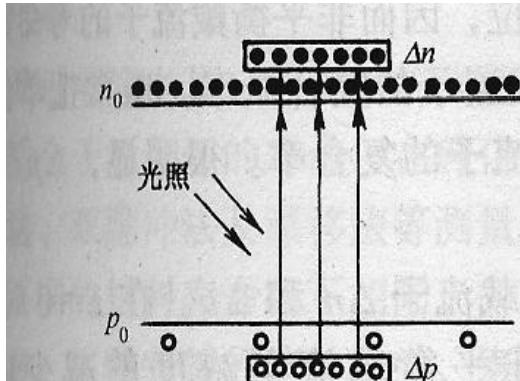
5.1 非平衡载流子的注入与复合

1. 平衡载流子的浓度：热平衡状态下半导体中的载流子浓度。

一定温度下，载流子浓度满足： $n_0 p_0 = n_i^2$

2. 非平衡载流子的产生

在外界条件(如光照等)作用下，破坏了半导体的热平衡状态，使其处于非平衡状态，处于非平衡状态的半导体中的载流子不再是 n_0 、 p_0 ，把比平衡状态多出来的载流子称为非平衡载流子。



对 N 型半导体，无光照时， $n_0 \gg p_0$ 用一定波长的光照射半导体，若光子能量 $h\nu \geq Eg$ ，吸收光子能量，电子被激发到导带，产生电子-空穴对。即产生非平衡载流子 Δn 、 Δp ， Δn 称为**非平衡多子**， Δp 称为**非平衡少子**。 p 型半导体刚好相反。

应用光照产生非平衡载流子的方法，称为光注入。光注入时

$$\Delta n = \Delta p$$

举例：

n型硅材料($1\Omega\cdot\text{cm}$), $n_0=5.5\times10^{15}\text{cm}^{-3}$,

$p_0=3.1\times10^4\text{cm}^{-3}$,

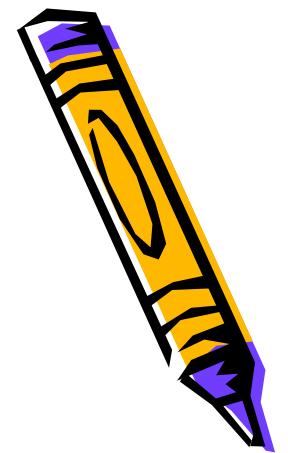
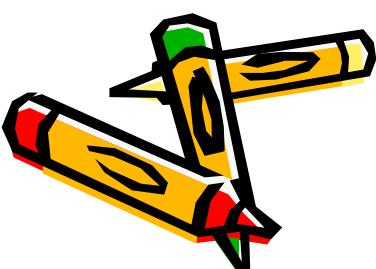
注入非平衡载流子: $\Delta n = \Delta p = 10^{10}\text{cm}^{-3}$,

显然, $\Delta n \ll n_0$, 称为小注入

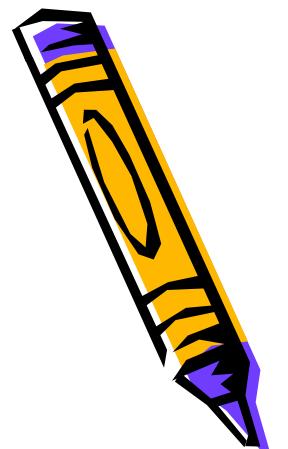
Δp 几乎是 p_0 的 10^6 倍。 $\Delta p \gg p_0$, 影响十分显著。

因此, 非平衡少数载流子起主要作用, 所以非平衡载流子通常指非平衡少数载流子。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{小注入} \quad n \text{ 型} \quad p_0 \ll \Delta n \ll n_0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n \approx n_0 \\ p = \Delta p \end{array} \right. \\ \text{p 型} \\ \text{大注入} \quad \Delta n \text{ (或 } \Delta p \text{)} \gg (n_0 + p_0) \end{array} \right.$$



非平衡载流子



$$n = n_0 + \Delta n$$

$$p = p_0 + \Delta p$$

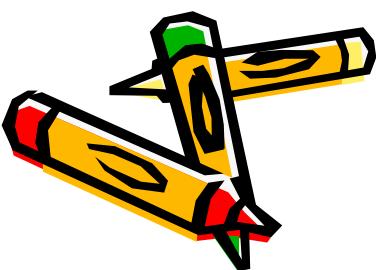
$$\Delta n = \Delta p$$

例：掺杂浓度 $N_D = 1.5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ 的n型半导体硅

$$n_0 = 1.5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3} \quad p_0 = n_i^2 / n_0 = 1.5 \times 10^5 \text{ cm}^{-3} \quad \Delta n = \Delta p = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$n = n_0 + \Delta n \approx n_0 = 1.5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$p = p_0 + \Delta p \approx \Delta p = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$



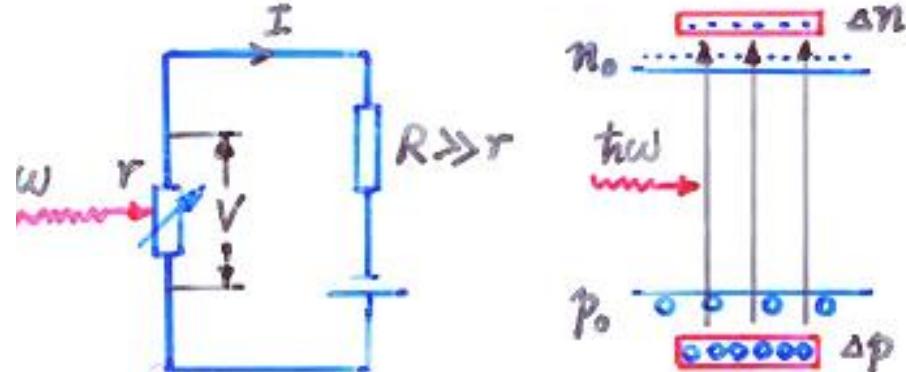
3. 附加光电导现象

$$\Delta p = \Delta n$$

$$\Delta \sigma = \Delta p q (\mu_n + \mu_p)$$

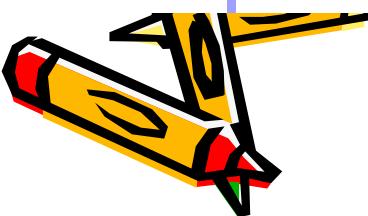
小注入时, $\sigma_0 + \Delta \sigma \approx \sigma_0$

$$\Delta \rho = \frac{1}{\sigma} - \frac{1}{\sigma_0} = -\frac{\Delta \sigma}{\sigma_0^2}$$



电阻改变 $\Delta r = \Delta \rho \frac{l}{s} \approx -\left(\frac{l}{s \sigma_0^2}\right) \Delta \sigma$

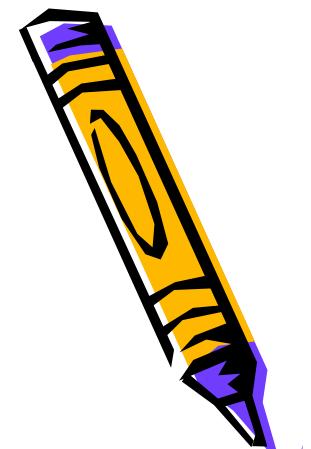
$$V = Ir = I \frac{1}{\sigma} \frac{l}{S}$$



$$\Delta V = I \frac{l}{S} \left(-\frac{\Delta \sigma}{\sigma_0^2} \right)$$

$$\Delta V \propto \Delta p$$

非平衡载流子的**电注入**：给pn结加正向电场。

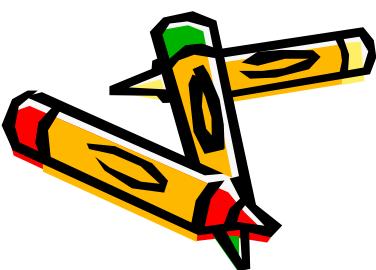


外作用撤销后，如光照停止后， **ΔV** 在毫秒或微秒量级内很快趋于0，说明注入的非平衡载流子不能一直存在下去。

外部作用撤销后，导带电子回到价带，电子-空穴对成对消失。载流子浓度恢复到**平衡态载流子浓度**

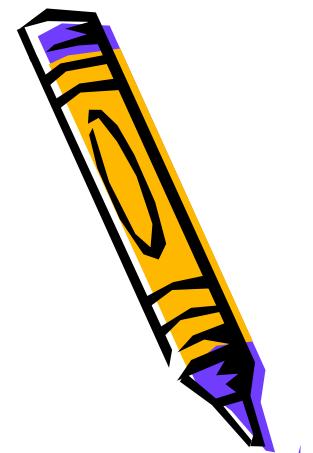
非平衡载流子的复合：非平衡态恢复到平衡态，过剩载流子消失，这一过程为**非平衡载流子的复合**。

热平衡是一种相对静止状态。电子和空穴总是不断产生与复合。热平衡下，产生与复合达到相对平衡。



5.2 非平衡载流子的寿命

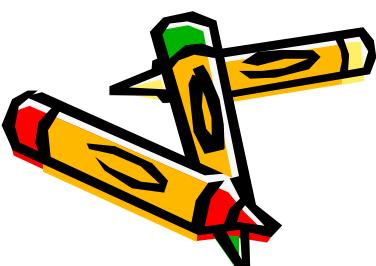
$$p = p_0 + \Delta p \Rightarrow p_0$$



问题：外界注入撤消后，非平衡载流子怎么变化？——复合

设 $t = 0$ 时 $\Delta p = (\Delta p)_0$

非平衡载流子的寿命：非平衡载流子的平均生存时间。也称为少数载流子的寿命 τ ， $1/\tau$ 为复合概率。



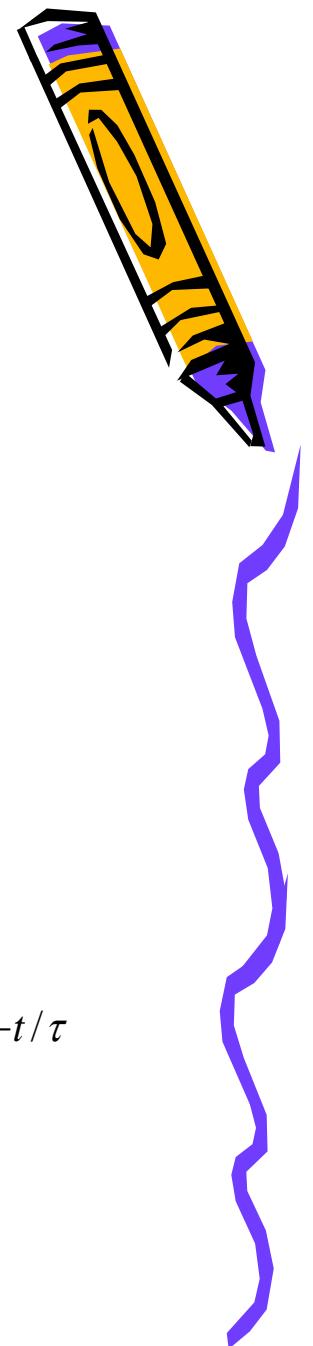
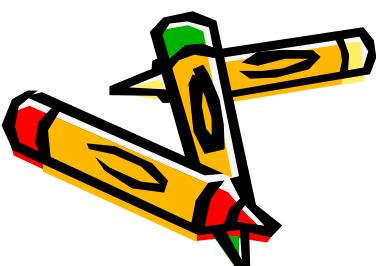
设n型硅材料内产生非平衡载流子： Δn , Δp 显然，光照停止后， $\Delta p(t)$ 随时间减少，单位时间内减少 $-d(\Delta p(t))/dt$ ，应等于单位时间内的复合率

$$\frac{d(\Delta p)}{dt} = -\frac{\Delta p(t)}{\tau}$$

小注时， τ 为一个衡量 其解为 $\Delta p(t) = Ce^{-t/\tau}$

t=0时， $\Delta p(0)=(\Delta p)_0$ ，代入，得非平衡载流子的衰减规律

$$\Delta p(t) = (\Delta p)_0 e^{-t/\tau}$$



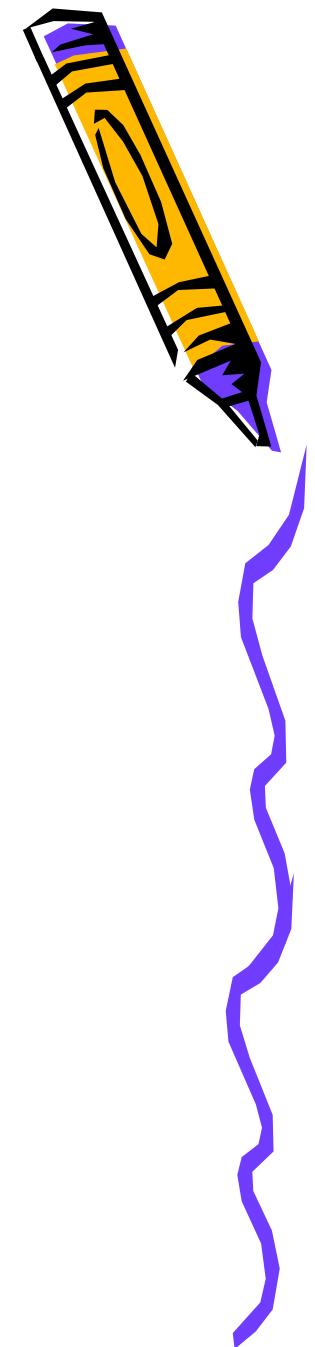
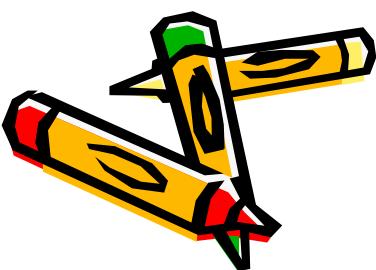
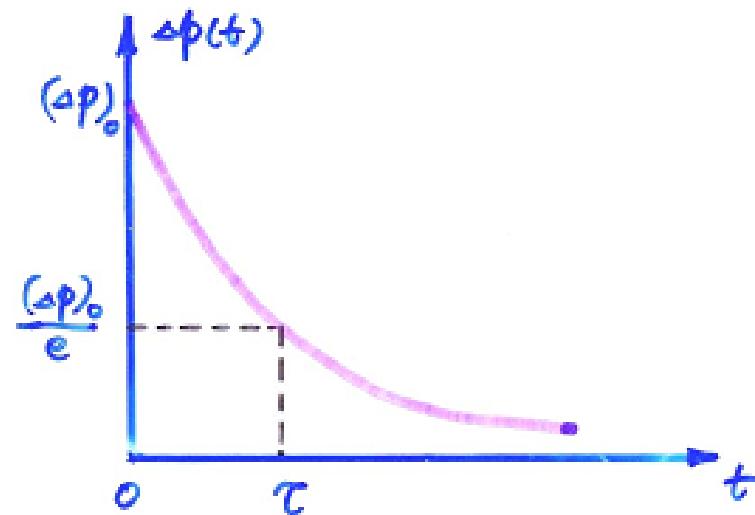
非平衡载流子的平均生存时间

$$\bar{t} = \int_0^\infty t d\Delta p(t) / \int_0^\infty d\Delta p(t)$$

$$= \int_0^\infty t e^{-t/\tau} dt / \int_0^\infty e^{-t/\tau} dt$$

$$= \tau$$

当 $t = \tau$ 时, $\Delta p(t) = (\Delta p)_0 / e$



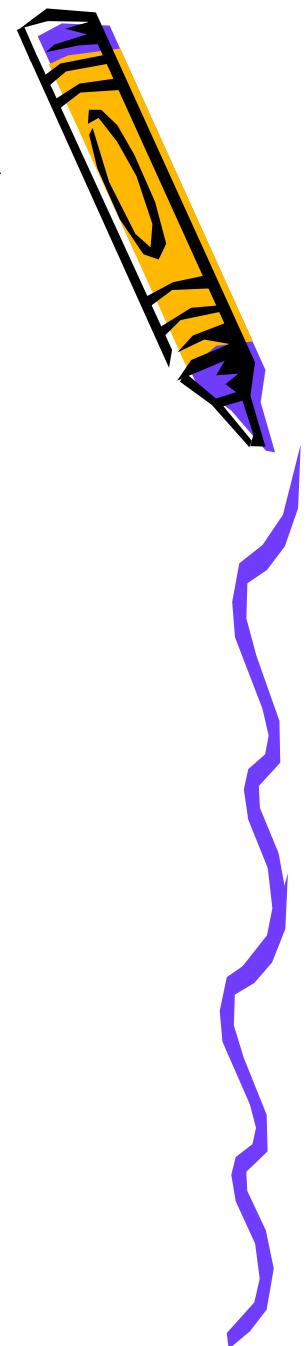
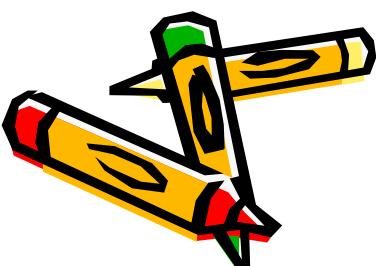
寿命表示非平衡载流子的浓度减小到原值的 $1/e$ 所经历的时间。

寿命不同，非平衡载流子衰减的快慢不同；

寿命越短，衰减越快。

测量方法：光注入或电注入

τ 高纯 Si $\geq 10^3 \mu\text{s}$
高纯 Ge $\geq 10^4 \mu\text{s}$
高纯 GaAs $\leq 10^{-8} \sim 10^{-9} \text{ s}$



5.3 准费米能级

一平衡载流子浓度

在热平衡状态下的载流子浓度 n_0, p_0

$$n_0 = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)$$

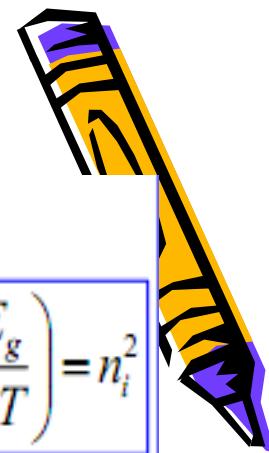
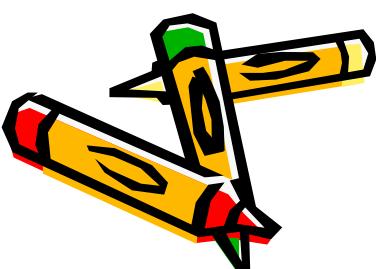
$$p_0 = N_v \exp\left(-\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

$$n_0 p_0 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) = n_i^2$$

统一费米能级是热平衡状态的标志。

外场作用下，半导体处于非平衡状态，就不存在统一的费米能级。

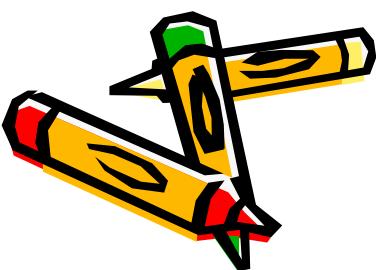
非平衡的含义：一指数量上的非平衡，而在能量分布上还是平衡的（严格地说，准平衡）。



在一个能带范围内，热跃迁十分频繁，极短时间就能达到带内平衡。所以分别就导带和价带，各自很快处于热平衡。

费米能级和统计分布函数各自仍适用。

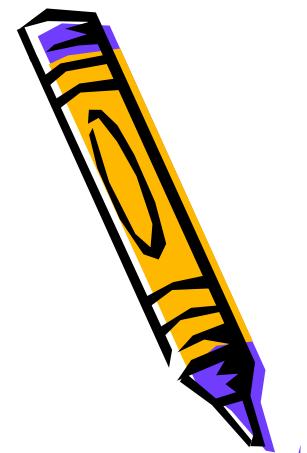
准费米能级：导带费米能级和价带费米能级都是局部的费米能级，称为**准费米能级**。



导带费米能级称为电子费米能寄, E_{Fn} ,

价带费米能级称为空穴费米能寄, E_{Fp} ,

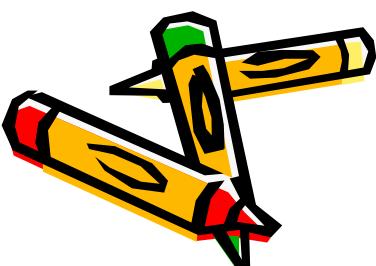
导带和价带的不平衡就表现为它们费米能级不重合。



非平衡载流子浓度为

$$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F^n}{kT}\right)$$

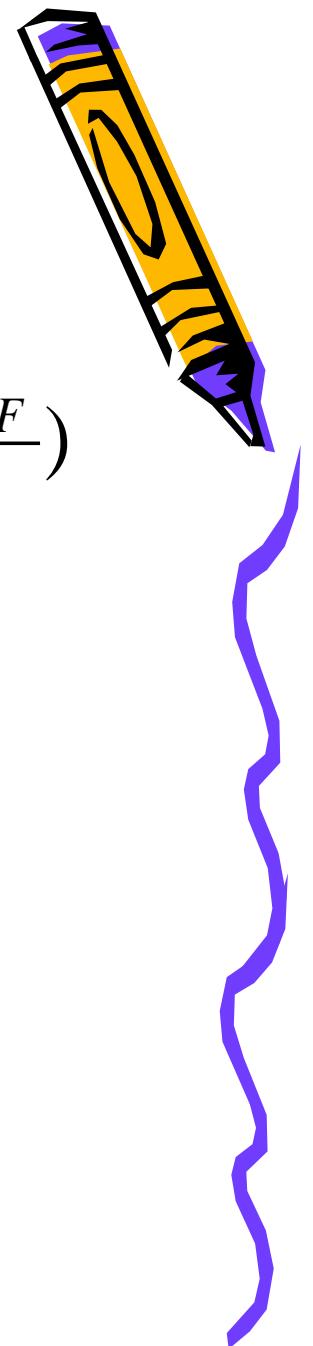
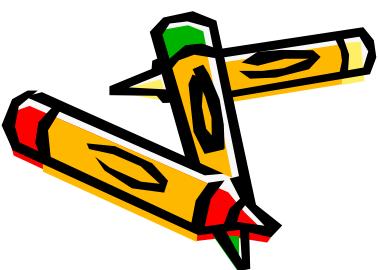
$$p = N_V \exp\left(-\frac{E_F^p - E_V}{kT}\right)$$



n 、 n_0 间的关系为：

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_{Fn}}{k_0 T}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{E_{Fn} - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$n = n_i \exp\left(-\frac{E_{Fn} - E_i}{k_0 T}\right)$$

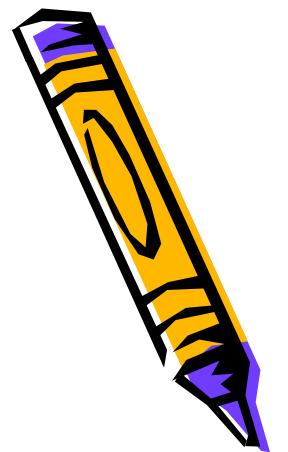


p 、 p_0 间的关系为：

$$p = N_v \exp\left(-\frac{E_v - E_{Fp}}{k_0 T}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{E_{Fp} - E_F}{k_0 T}\right)$$

$$P = n_i \exp\left(-\frac{E_{Fp} - E_i}{k_0 T}\right)$$

无论是电子还是空穴，非平衡载流子越多，准费米能级偏离EF就越远。但两者的偏离是有差别的。

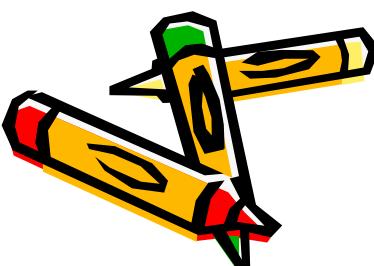
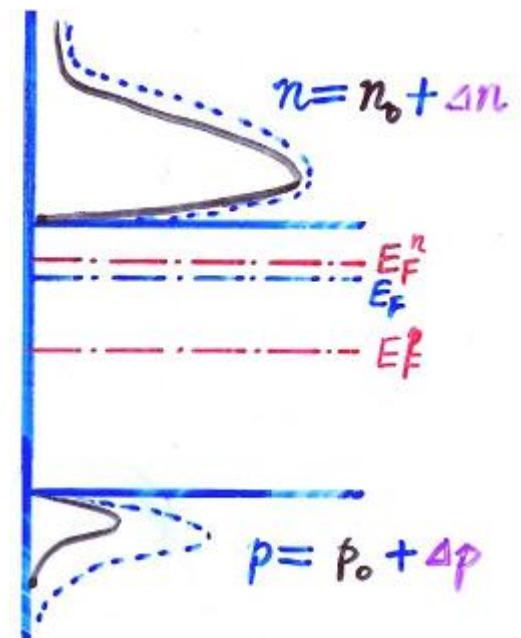


对于 n 型半导体 $p_0 \ll \Delta p = \Delta n \ll n_0$ (小注入)

有 $n > n_0$, $n \approx n_0$

E_{Fn} 比 E_F 更靠近导带, 偏离 E_F 较小。

空穴浓度 $\Delta p \gg p_0$, $p \gg p_0$,
 E_{Fp} 比 E_F 更靠近价带, 并较
大地偏离 E_F



所以，在非平衡状态时，多数载流子和平衡费米能级的偏离不多；而少数载流子的准费米能级则偏离较大

$$np = n_0 p_0 \exp\left(\frac{E_F^n - E_F^p}{kT}\right) = n_i^2 \exp\left(\frac{E_F^n - E_F^p}{kT}\right)$$

非平衡时 $np \neq n_i^2$ 反映了系统偏离热平衡的程度

E_{Fn} 、 E_{Fp} 的差反映了 np 和 n_i^2 的偏离程度，偏离越大，不平衡越显著。

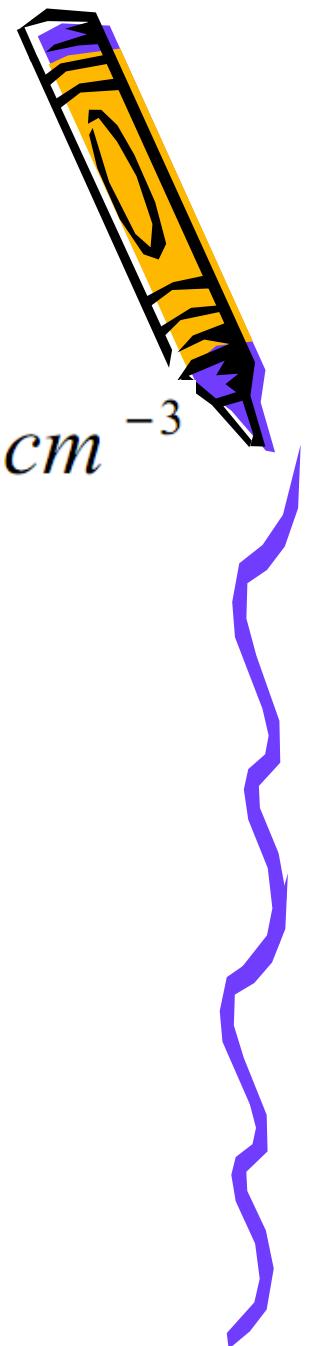
两者偏离越小，越接近平衡态；重合时，半导体处于平衡态。

例子

$$n_0 = 10^{15} \text{ cm}^{-3}, \quad p_0 = 10^5 \text{ cm}^{-3} \quad \Delta n = \Delta p = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$E_F^n - E_F = kT \ln \frac{n}{n_0} \approx 0$$

$$E_F - E_F^p = kT \ln \frac{p}{p_0} \approx 0.3 \text{ eV}$$



5. 4 复合理论

按复合过程分 {

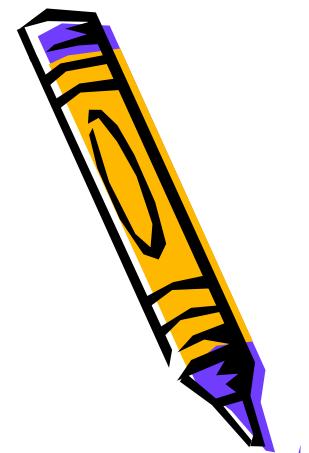
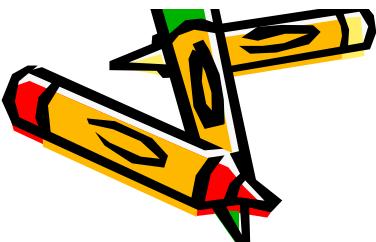
- 直接复合
- 间接复合

按复合位置分 {

- 体内复合
- 表面复合

按能量交换方式分 {

- 辐射复合 (e-光子)
- 非辐射复合 {
 - 发射声子 (e-声子)
 - 俄歇复合 (e-e)



载流子的各种复合机制如下：

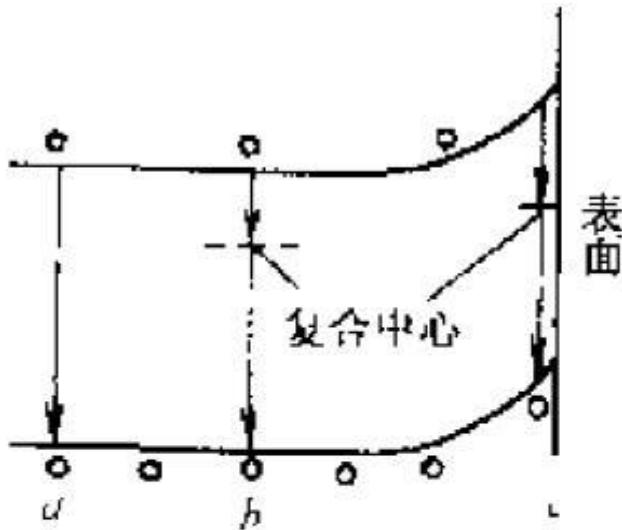


图 5-5 载流子的各种复合机构

a—直接复合；b—体内间接复合；c—表面间接复合

1. 直接复合

电子的导带和价带之间的直接跃迁。

载流子复合时，要放出能量，释放能量的三种方法：

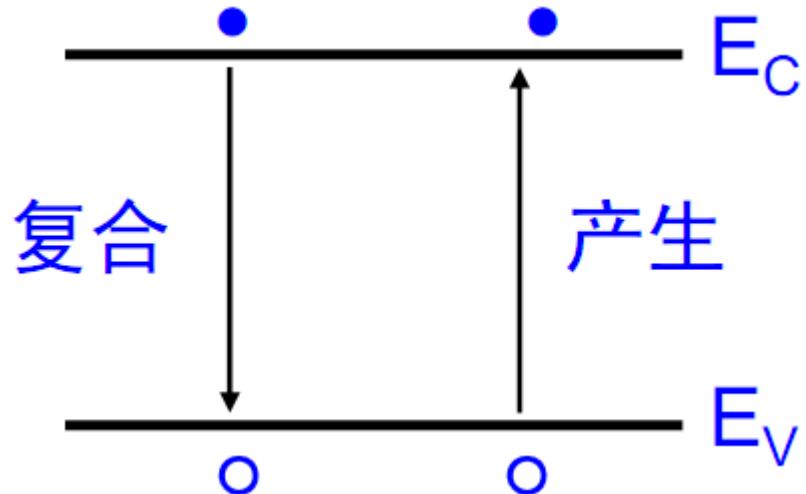


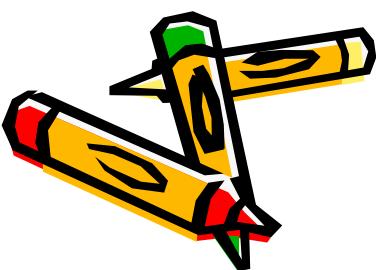
图5.6 直接复合

- 1). 发射光子：称为发光复合或辐射复合；
- 2). 发射声子：载流子将多余的能量传递给晶格；
- 3). 俄歇复合：将能量传给其他载流子。

载流子产生率和复合率

产生率**G**：单位时间、单位体积内产生的电子-空穴对。

复合率**R**：单位时间、单位体积内复合掉的电子-空穴对。



单位体积内，每一个电子在单位时间都有一定的概率(r)和空穴相复合，显然，与空穴浓度成正比。

$$R=rnp$$

r 为比例系数，称为电子-空穴的复合概率。

通常，复合概率与电子、空穴的运动速率有关。

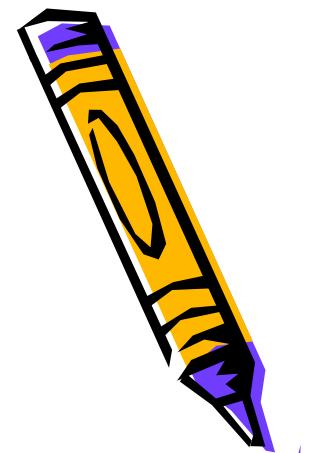
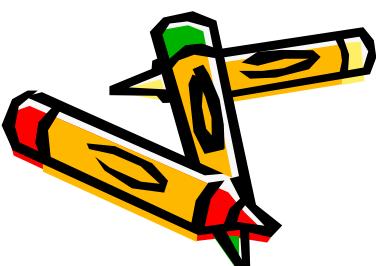
一定温度下，价带中的电子都有一定的概率被激发到导带，产生一对电子-空穴对

$$\text{产生率} = G$$

热平衡下，产生率 G = 复合率 R

$$n=n_0, p=p_0,$$

$$G=R=rnp=rn_0p_0=rn_i^2$$



净复合率 $U_d = R - G = r(np - n_i^2)$

$$= r[(n_0 + \Delta n)(p_0 + \Delta p) - n_0 p_0]$$

$$U_d = r(n_0 + p_0)\Delta p + r\Delta p^2 \quad \text{—— 取决于多子}$$

— 非平衡载流子寿命 τ

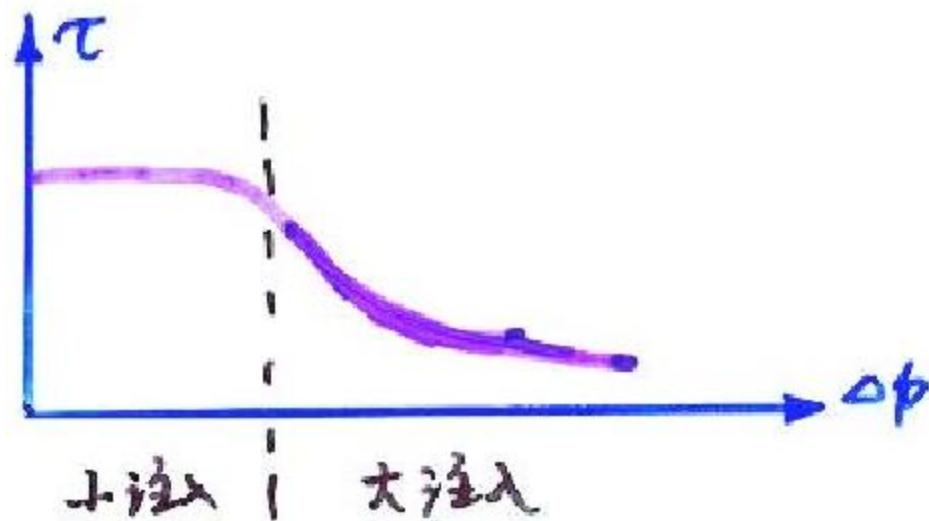
$$\tau = \frac{\Delta p}{U_d} = \frac{1}{r[(n_0 + p_0) + \Delta p]}$$

小注入 $(n_0 + p_0) \gg \Delta p$

$$\tau = \frac{1}{r(n_0 + p_0)} = \begin{cases} \frac{1}{rn_0} & (\text{n型}) \\ \frac{1}{rp_0} & (\text{p型}) \end{cases}$$

大注入 $(n_0 + p_0) \ll \Delta p$

$$\tau = \frac{1}{r\Delta p}$$



影响 τ 的因素

- 1° 多子浓度 n_0 (p_0)
- 2° r
- 3° Δp

举例：室温时本征锗、硅的复合概率 r 和寿命 τ

锗： $r = 6.5 \times 10^{-15} \text{cm}^3/\text{s}$, $\tau = 0.3\text{s}$

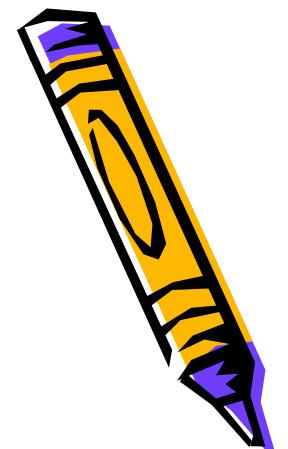
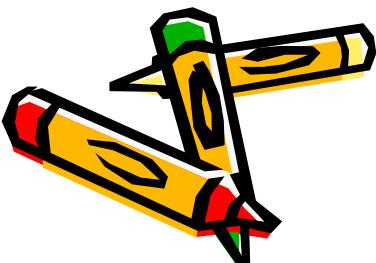
硅： $r = 10^{-11} \text{cm}^3/\text{s}$, $\tau = 3.5\text{s}$

实际上，锗、硅材料的寿命更低，最大 τ 不过几毫秒。

理论与实际偏离，说明锗、硅材料的寿命不是由直接复合过程决定的。由其他复合机构起主要作用。

一般地，禁带越窄，直接复合概率越大，

如锑化铟， $Eg=0.18\text{eV}$ ，直接复合占优势。



5.4.2 间接复合

半导体中的杂质和缺陷在禁带中引入能级，具有促进复合的作用。杂质和缺陷越多，寿命越短。

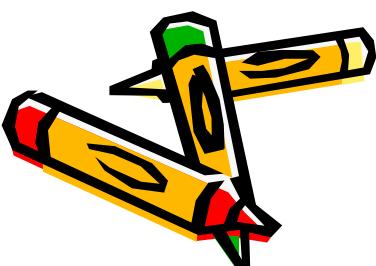
复合中心：促进复合过程的杂质和缺陷中心。

间接复合：非平衡载流子通过复合中心的复合

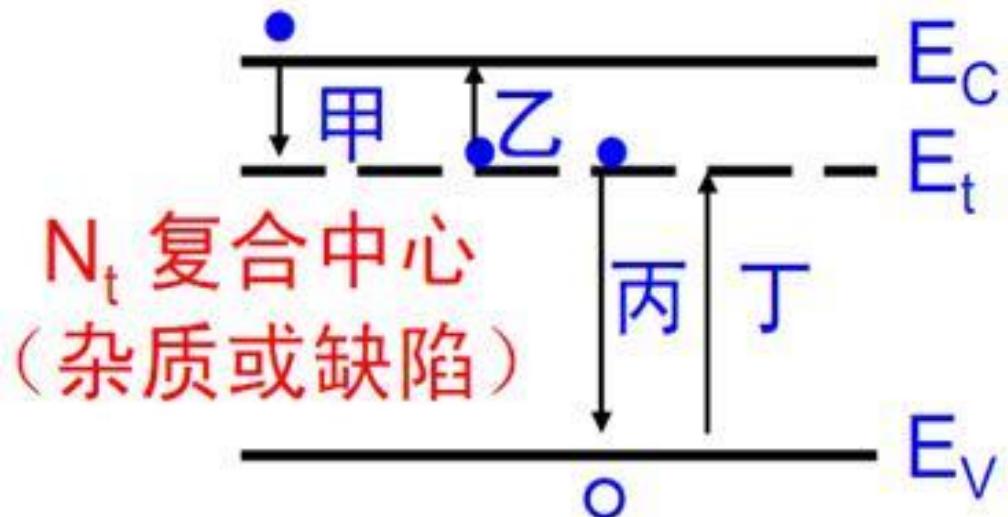
电子-空穴的复合分两步：

- 1) 导带电子落入复合中心能级；
- 2) 电子再落入价带与空穴复合。

同样存在以上两个过程的逆过程。



一 间接复合的四个基本过程



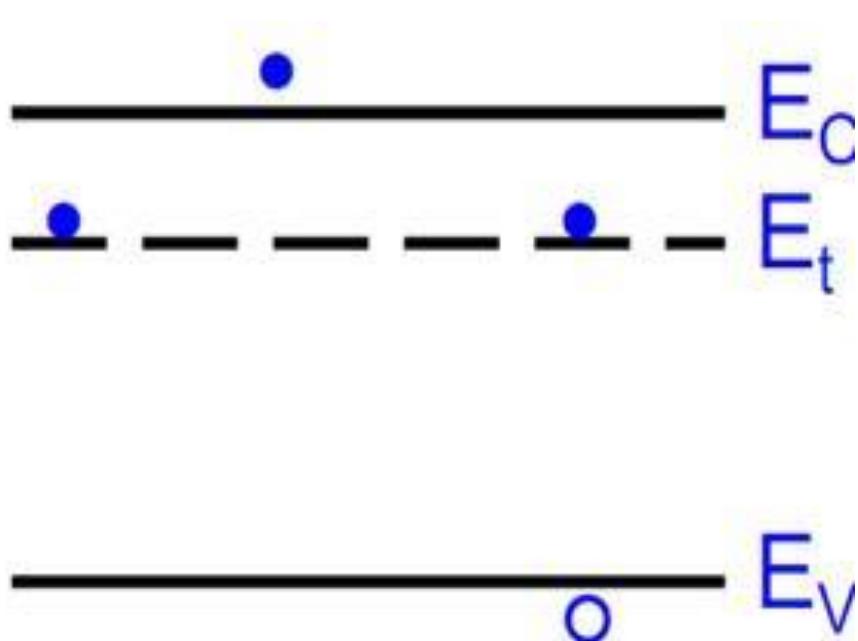
(a) 复合过程前

甲：复合中心**俘获**电子过程；

乙：复合中心**发射**电子过程；

丙：复合中心俘获空穴(E_t 上电子落入价带)过程；

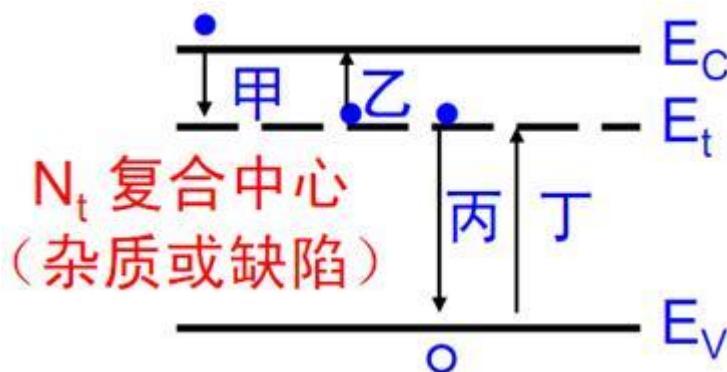
丁：复合中心发射空穴(价带电子发射到 E_t)过程；



(b) 复合过程后

设导带、价带电子、空穴浓度为 n, p 复合中心浓度 N_t , n_t 为 E_t 能级上的电子数, $N_t - n_t$ 为未被电子占据的复合中心浓度。





电子俘获率：单位时间、单位体积被复合中心俘获的电子数。

显然，导带电子越多，空的复合中心越多，越容易俘获电子。

甲：电子俘获率 = $r_n n (N_t - n_t)$

↑ 电子俘获系数 量纲：[$\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$]

乙：电子发射率 = $s_n n_t$

↑ 电子激发几率 量纲：[s^{-1}]

丙：空穴俘获率 = $r_p p n_t$

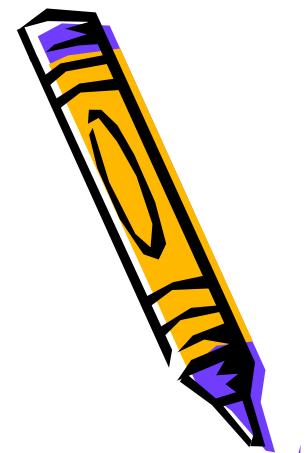
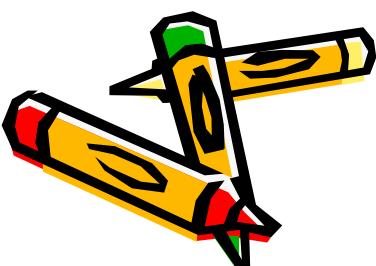
丁：空穴发射率 = $s_+ (N_t - n_t)$

平衡时，电子的产生率=电子的俘获率，两过程相互抵消。

$$r_n n (N_t - n_t) = s_- n_t$$

空穴的产生率=空穴的俘获率

$$s_+ (N_t - n_t) = r_p p n_t$$



$$r_n n (N_t - n_t) = S_- n_t$$

$$n_t = N_t f(E_t) = \frac{N_t}{1 + \exp\left(\frac{E_t - E_F}{kT}\right)}$$

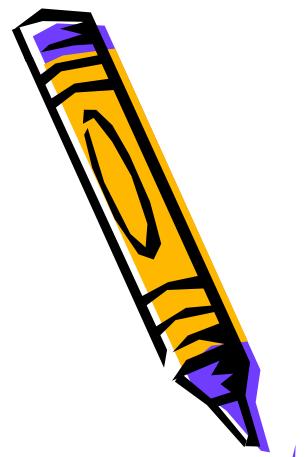
$$n = N_c \exp\left(\frac{E_f - E_c}{k_0 T}\right)$$

$$S_- = r_n N_c \exp\left(\frac{E_t - E_c}{k_0 T}\right) = r_n n_1$$

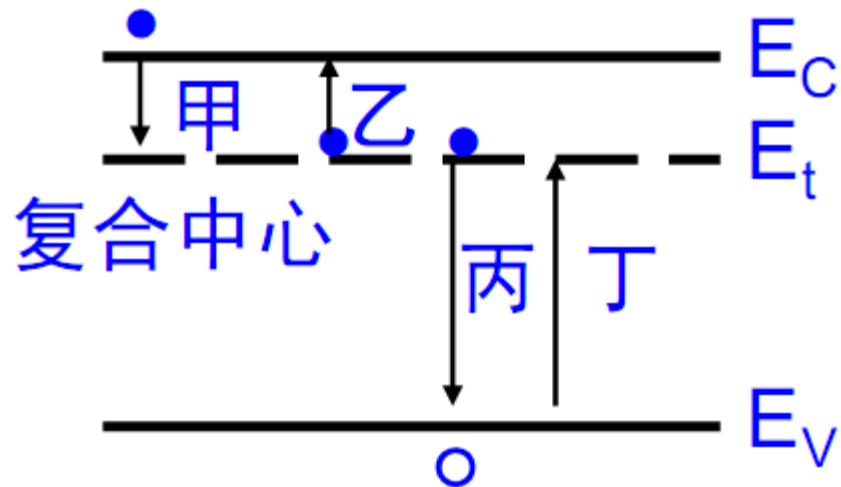
其中 $n_1 = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_t}{kT}\right)$

同理 $S_+ = r_p p_1$ 其中 $p_1 = N_V \exp\left(-\frac{E_t - E_V}{kT}\right)$

n_1 刚好等于 E_F 与复合中心能级 E_t 重合时导带的平衡电子浓度。



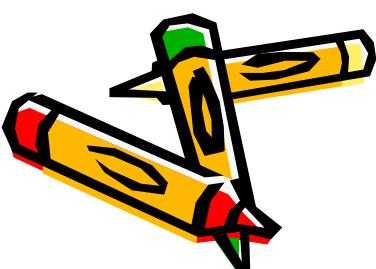
稳定情况下，四个过程必须保持复合中心上的电子数 n_t 保持不变。其中，甲、丁过程使复合中心能级上积累电子，而乙、丙过程使复合中心能级上电子数减少，则



稳态时

$$\text{甲} + \text{丁} = \text{乙} + \text{丙}$$

维持 n_t 不变的条件



甲：电子俘获率 = $r_n n(N_t - n_t)$

乙：电子发射率 = $s_- n_t$

丁：空穴发射率 = $s_+ (N_t - n_t)$

丙：空穴俘获率 = $r_p p n_t$

$$s_- = r_n n_1 \quad s_+ = r_p p_1 \quad \text{常数}$$

代入稳态条件， $r_n n(N_t - n_t) + r_p p_1 (N_t - n_t) = r_n n_1 n_t + r_p p n_t$

得 $n_t = N_t \frac{r_n n + r_p p_1}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$

—复合率 稳定条件还可以写为：

甲：电子俘获率 = $r_n n (N_t - n_t)$

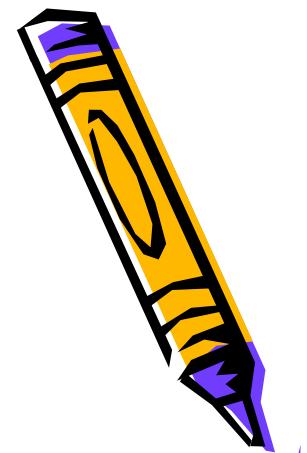
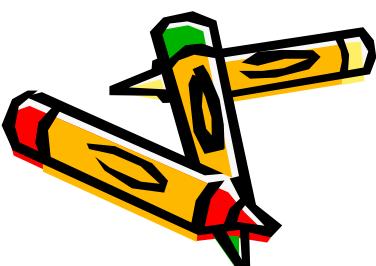
乙：电子发射率 = $s_- n_t$

丙：空穴俘获率 = $r_p p n_t$

丁：空穴发射率 = $s_+ (N_t - n_t)$

甲 - 乙 = 丙 - 丁

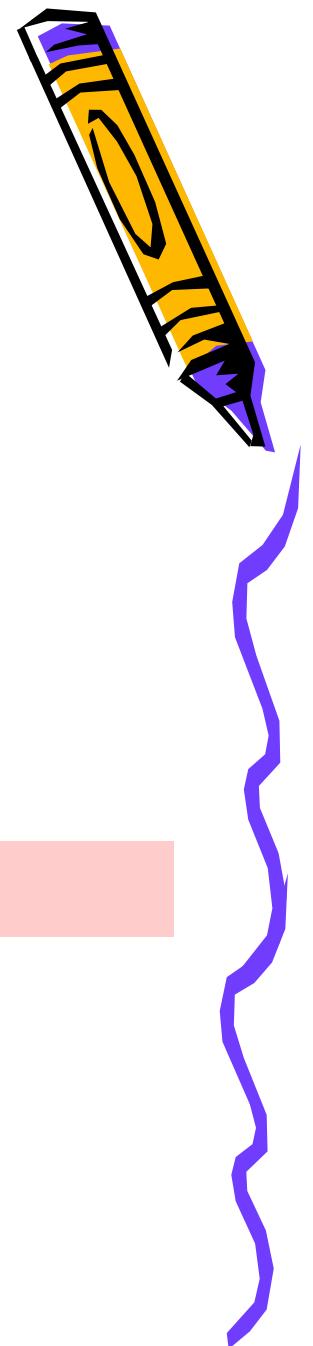
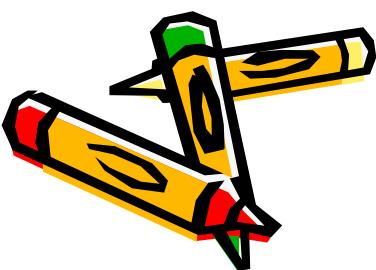
即单位体积、单位时间导带减少的电子数=价带空穴减少数。
电子和空穴通过复合中心成对消失



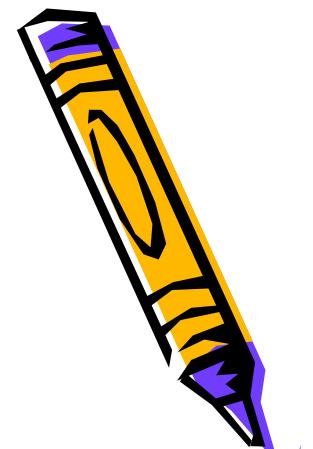
净复合率 $U = \text{甲} - \text{乙} = \text{丙} - \text{丁}$

$$= \frac{N_t r_n r_p (np - n_i^2)}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$$

热平衡下， $np = n_0 p_0 = n_i^2$ ， 所以 $U = 0$



当半导体中注入非平衡载流子: $n_p > n_i^2$, $U > 0$

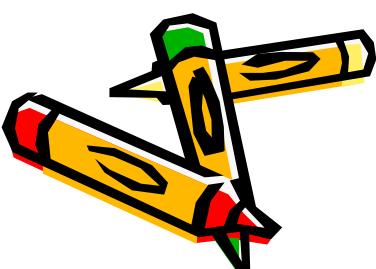


$$n = n_0 + \Delta n \quad p = p_0 + \Delta p \quad \Delta n = \Delta p \quad \text{代入 } U \text{ 表达式}$$

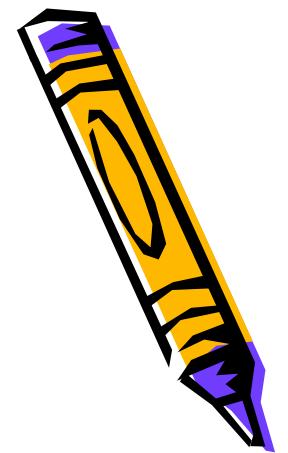
$$U = \frac{N_t r_n r_p (n_0 \Delta p + p_0 \Delta n + \Delta n \cdot \Delta p)}{r_n (n_0 + \Delta n + n_1) + r_p (p_0 + \Delta p + p_1)} \xrightarrow[n_0 + p_0 \gg \Delta p, \Delta n]{r_n \sim r_p}$$

$$= \frac{N_t r_n r_p (n_0 \Delta p + p_0 \Delta n)}{r_n (n_0 + n_1) + r_p (p_0 + p_1)}$$

小注入, Δn 、 Δp
可忽略



1° $\Delta n = \Delta p$ $U = \frac{N_t r_n r_p (n_0 + p_0) \Delta p}{r_n (n_0 + n_1) + r_p (p_0 + p_1)}$



非平衡载流子的平均寿命

$$\tau = \frac{\Delta p}{U} = \frac{r_n (n_0 + n_1) + r_p (p_0 + p_1)}{N_t r_n r_p (n_0 + p_0)}$$

$$= \tau_p \frac{n_0 + n_1}{n_0 + p_0} + \tau_n \frac{p_0 + p_1}{n_0 + p_0}$$

$$\tau_p = \frac{1}{N_t r_p} \quad \tau_n = \frac{1}{N_t r_n}$$



小注入时只与 n_0 、 p_0 、 n_1 、 p_1 有关，与非平衡载流子浓度无关。

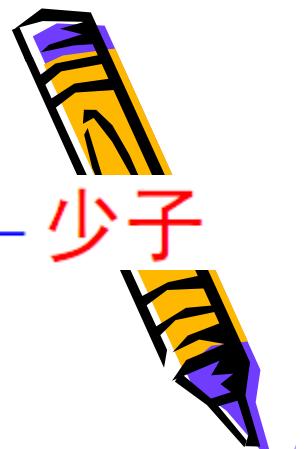
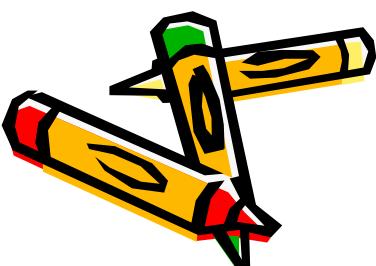
2° $\Delta n \neq \Delta p$ 若 n 型, $n_0 > p_0$

电子—多子 空穴—少子

$$U = \frac{N_t r_n r_p n_0 \Delta p}{r_n (n_0 + n_1) + r_p (p_0 + p_1)}$$

$$\tau_{\text{少子}} = \frac{\Delta p}{U} = \frac{r_n (n_0 + n_1) + r_p (p_0 + p_1)}{N_t r_n r_p n_0} = \tau$$

$$\tau_{\text{多子}} = \frac{\Delta n}{U} = \frac{\Delta n}{\Delta p} \frac{\Delta p}{U} = \frac{\Delta n}{\Delta p} \tau$$





对强n型半导体(E_t 在 E_F 之下): n_0 、 p_0 、 n_1 、
 p_1 中 n_0 最大, 即 $n_0 \gg p_0$ 寿命简化为



$$\tau = \frac{r_n(n_0 + n_1) + r_p(p_0 + p_1)}{N_t r_n r_p n_0}$$

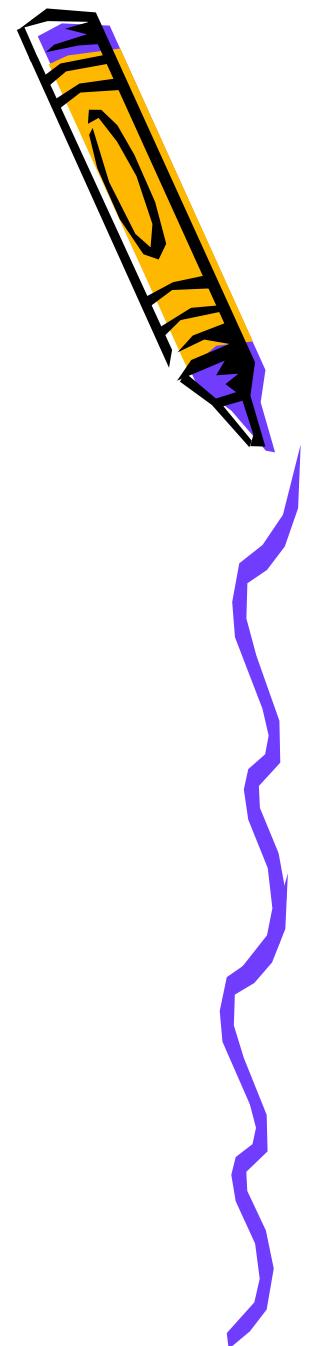
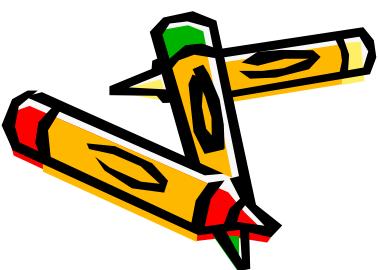
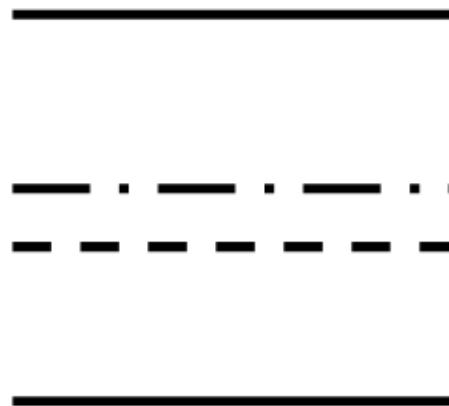
$$\tau = \tau_p = \frac{1}{N_t r_p}$$

对n型较重掺杂半导体, 对寿命起主要作用的是复合中心对少数载流子空穴的俘获系数 r_p , 而与电子俘获系数 r_n 无关。



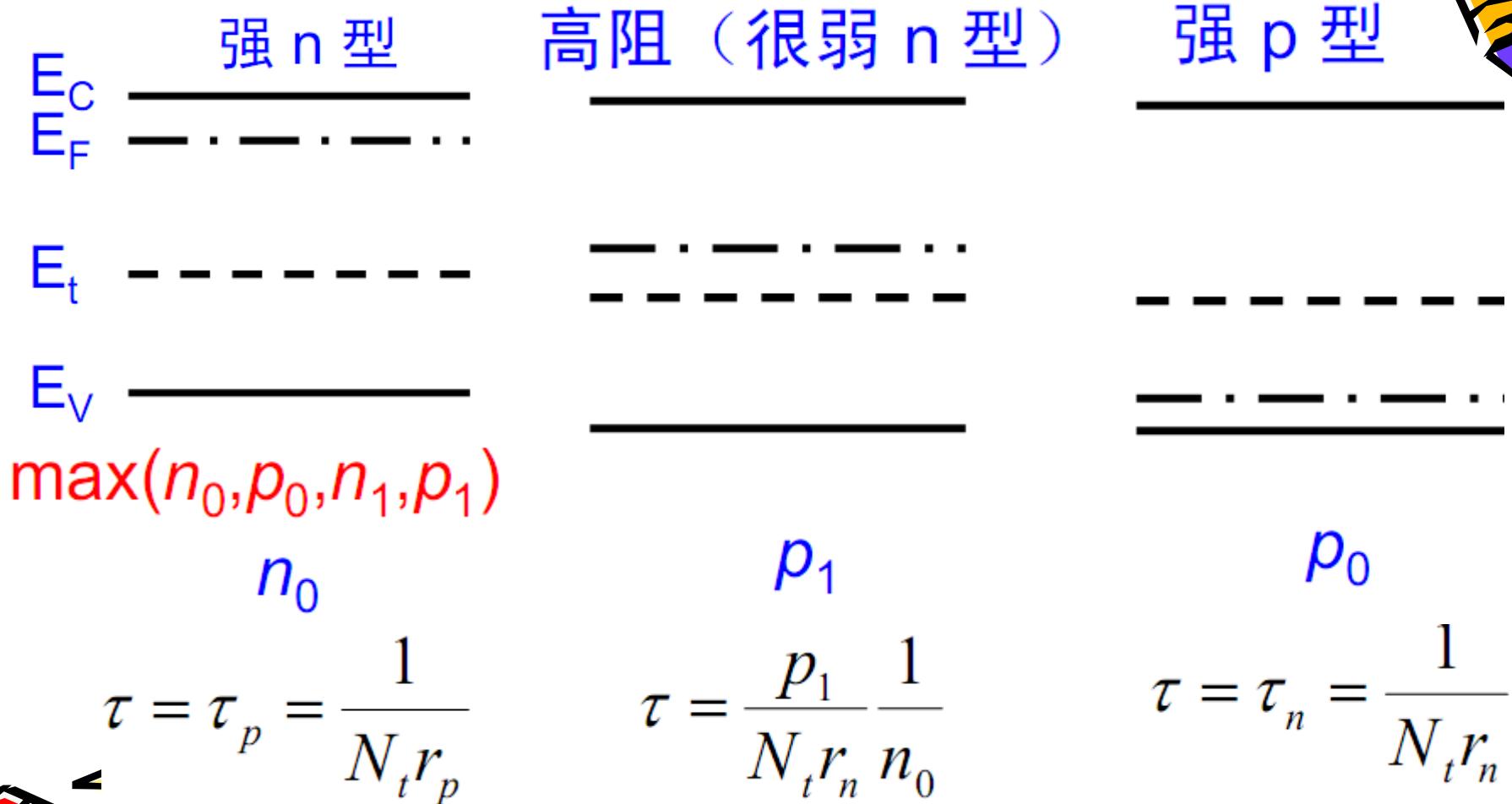
对高阻半导体， E_F 在 E_t 与 E_i 之间， n_0 、
 p_0 、 n_1 、 p_1 中 p_1 最大，即 $p_1 \gg n_0$ ， p_0 、
 n_1 ，并且 $n_0 \gg p_0$

$$\tau = \frac{p_1}{N_t r_n} \frac{1}{n_0}$$



一 不同导电类型的 τ (设 E_t 位于禁带下半部)

导电类型



总结

$$\Delta n = \Delta p$$

$$\tau = \tau_p \frac{n_0 + n_1}{n_0 + p_0} + \tau_n \frac{p_0 + p_1}{n_0 + p_0}$$

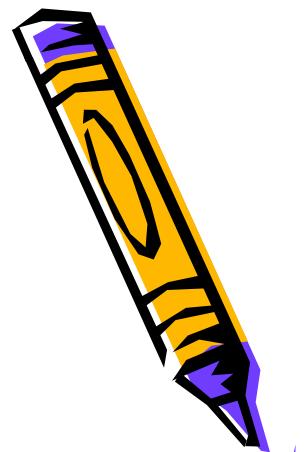
$$\tau_p = \frac{1}{N_t r_p} \quad \tau_n = \frac{1}{N_t r_n}$$

强n型、强p型、及高阻区是相对的，与复合中心能级 E_t 的位置有关。

一般地，禁带中央附近的深能级 E_t 是最有效的复合中心。

如Cu, Fe, Au等杂质在Si中形成深能级，是有效的复合中心

浅能级，不是有效的复合中心



俘获截面

假设复合中心是具有一定半径的球体，其截面积为 σ ，截面积越大，俘获载流子的概率越大。

σ 描述了复合中心俘获载流子的本领。

单位时间内某个复合中心俘获
电子（或空穴）的数目

$$n \cdot r_n = \sigma_- \bar{v}_T \cdot n$$

电子、空
穴的俘获
系数

$$r_n = \sigma_- \bar{v}_T$$

σ_- 描述电子俘获截面， \bar{v}_T 载流子热运动速度

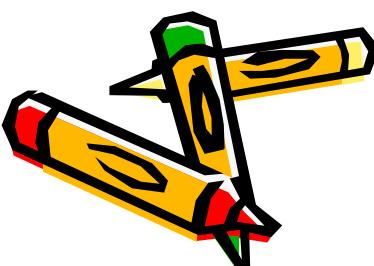
$$r_p = \sigma_+ \bar{v}_T$$

σ_+ 描述空穴俘获截面

$[\text{cm}^3\text{s}^{-1}]$

$[\text{cm}^2]$

$$\sigma_{\pm} = 10^{-13} \sim 10^{-17} \text{ cm}^2$$



深能级复合中心举例

Au 在 Si 中为深能级，

双重能级：受主能级 E_{A+} ，距导带 0.54eV ；

施主能级 E_{D+} ，距价带 0.35eV ；

两能级其主要作用不同

N型 Si ：若浅施主不少， E_F 接近 E_c ， Au 接受电子成为 Au^- ，只有受主能级 E_{A+} 起作用。

p型 Si ： Au 基本上为空，释放电子为 Au^+ ，只存在施能级 E_{D+} 起作用。

N或p型 Si ， Au 为有效复合中心，对少数载流子寿命产生极大的影响。



室温下，若 $r_p = 1.15 \times 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$ ；
 $r_n = 6.3 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{s}$

Si中金浓度为: $5 \times 10^{15} \text{ cm}^3/\text{s}$;
n、p Si中少数载流子寿命；

$$\tau_p = \frac{1}{N_t r_p} = 1.7 \times 10^{-9} \text{ s}$$

$$\tau_n = \frac{1}{N_t r_n} = 3.2 \times 10^{-9} \text{ s}$$

p Si中少数载流子寿命是n Si中少子寿命的1.9倍。

掺金的Si中，少数载流子寿命与金浓度 N_t 成反比，当 N_t 从 10^{14} cm^{-3} 增加到 10^{17} cm^{-3} ，少子寿命从 10^{-7} s 减小到 10^{-10} s

5.4.3 表面复合

少数载流子寿命还受样品形状和表面态的影响：

样品表面经金刚砂粗磨，寿命很短。

细磨后再经化学腐蚀，寿命变长；

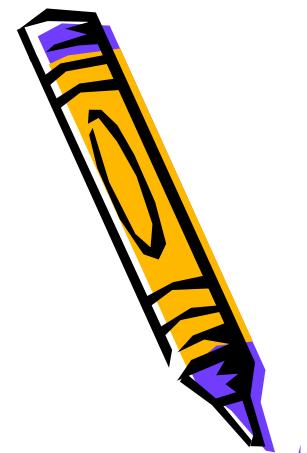
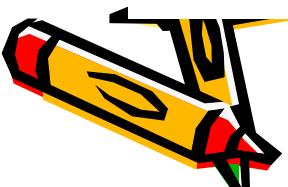
样品表面相同，样品越小，寿命越短，说明表面有复合的作用，

表面复合：半导体表面发生的复合。

表面复合仍是间接复合。

表面态，通常都是深能级

——有效的复合中心



有效寿命 τ =体内复合寿命 τ_v + 表面复合 τ_s

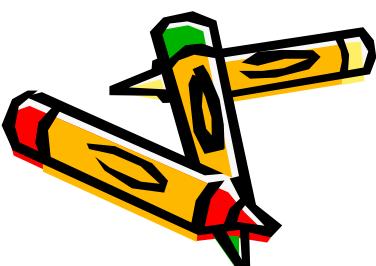
总的复合概率为

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_v} + \frac{1}{\tau_s} \quad (5-47)$$

表面复合率 U_s : 单位时间内通过单位面积复合掉的电子-空穴对数.

实验发现, $U_s \propto$ 表面非平衡载流子浓度 $(\Delta p)_s$

$$U_s = s(\Delta p)_s \quad s \text{为表面复合速度, 具有速度量纲} \quad (5-48)$$



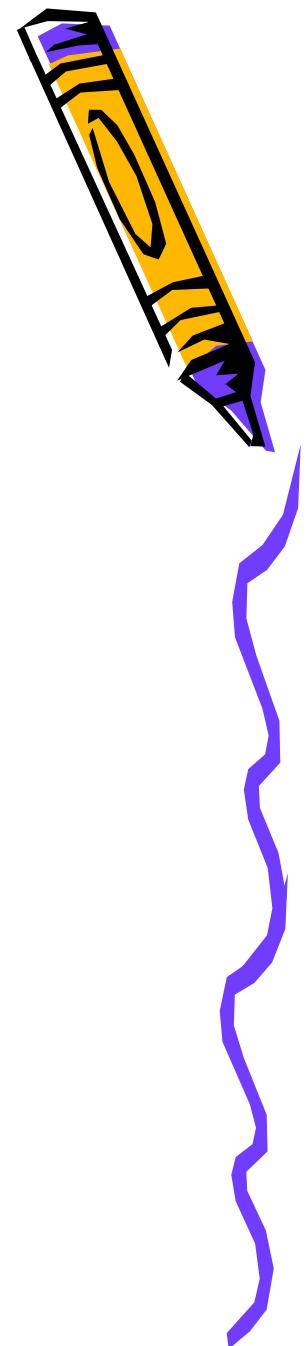
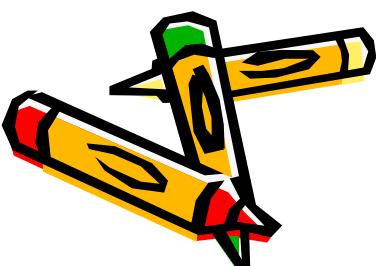
直观意义：非平衡载流子浓度 $(\Delta p)_s$ 以速率 s 从表面逸出。

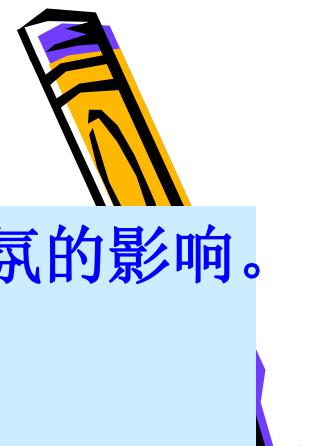
对n型半导体，若单位比表面积的复合中心为 N_{st} ，则

$$U_s = \sigma_+ v_T N_{st} (\Delta p)_s \quad (5-49)$$

空穴表面复合速度为

$$s = \sigma_+ v_T N_{st} \quad (5-50)$$





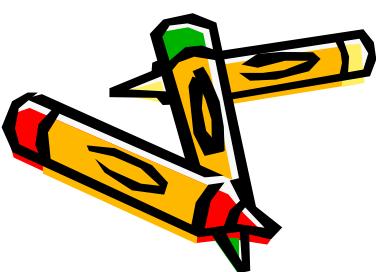
影响表面复合速度的因素：受表面物理性质和外界气氛的影响。

Ge: s 大约为 $10^2 - 10^6 \text{cm/s}$

Si: 为 $10^3 - 5 \times 10^3 \text{cm/s}$

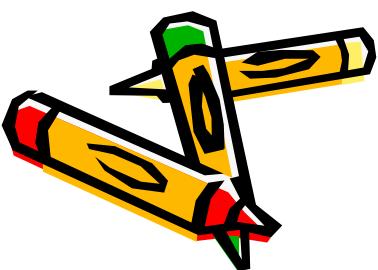
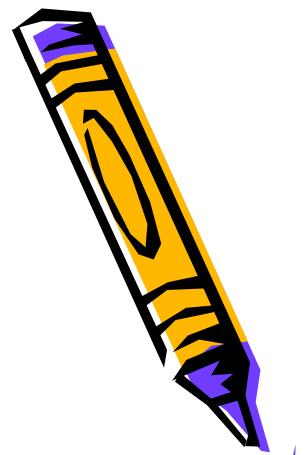
表面复合的实际意义：

1. 表面复合速度高，注入的载流子在表面很快复合掉，严重影响器件性能；降低 U_s ，可改善器件性能。
2. 在金属探针注入时，较大的表面复合会减小探针效应，测量更准确。



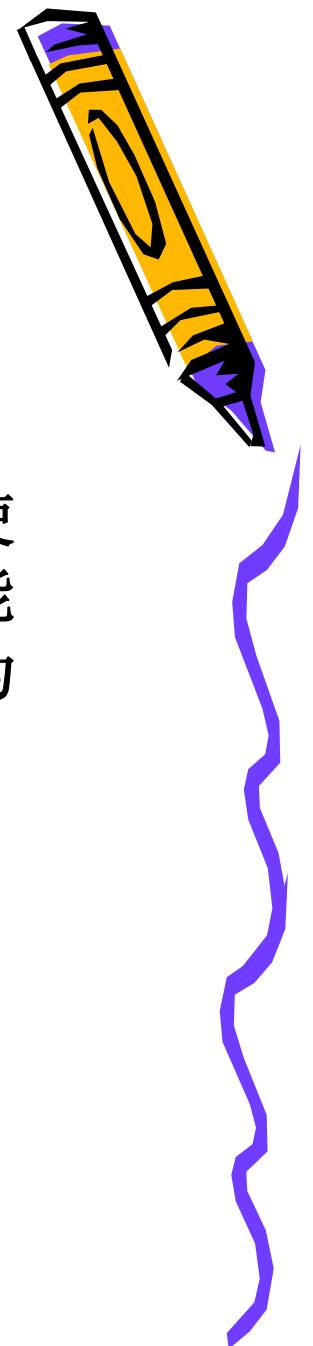
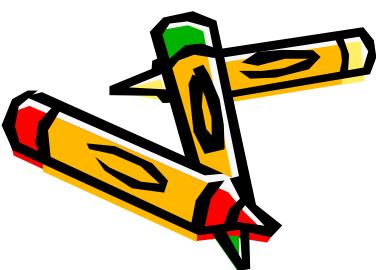
非平衡载流子寿命 小结:

- 1) 与材料种类有关;
- 2) 与**深能级杂质**的有效复合中心有关;
- 3) 与表面状态有关;
- 4) 与晶体中的缺陷也有关(形成复合中心能级)。



5.4.4 俄歇复合

载流子从高能级向低能级跃迁，发生电子空穴复合时，把多余的能量传给另一个载流子，使这个载流子被激发到高能级，当它重新回到低能级时，多余能量以声子形式放出，这种复合称为俄歇复合。



各种俄歇复合过程如下图所示，其中图(a)及图(d)为带间俄歇复合，其余各图为与杂质和缺陷有关的俄歇复合。

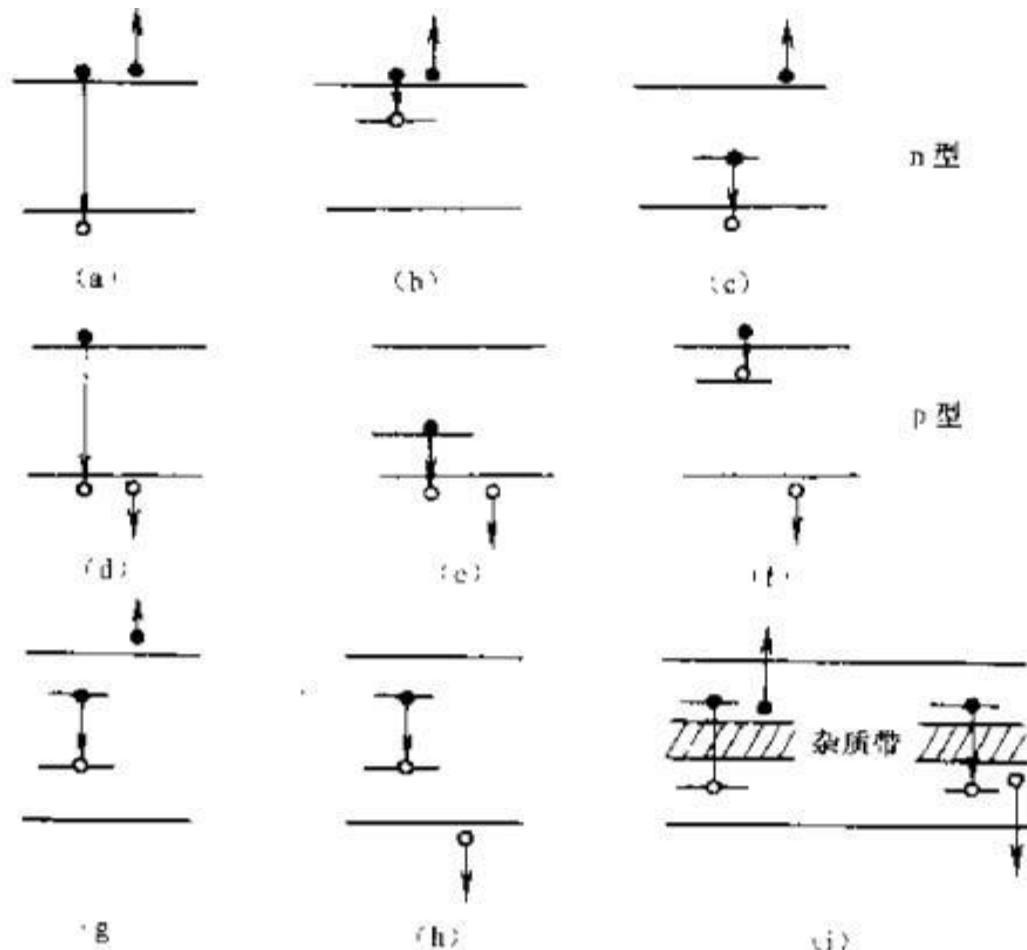


图 5-10 俄歇复合

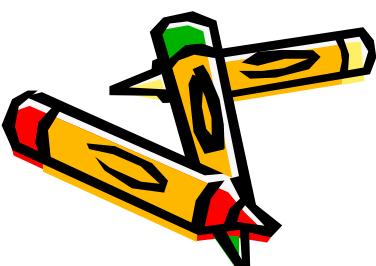
在热平衡条件下, $n\rho = n_0 p_0 = n_i^2$ 故, $U=0$, 在非平衡情况下,

$n\rho > n_i^2$, $U > 0$ 经过复杂计算得到

$$U = \left(\frac{R_{\text{eff}} + G_{\text{sh0}}}{n_i^2} \right) (n_0 + p_0) \Delta p + \left(\frac{R_{\text{eff}} p_0 + R_{\text{sh0}} n_0}{n_i^4} \right) (n_0 + p_0) \Delta p^2$$

在小信号情况下, $\Delta p \ll (n_0 + p_0)$ 略去上式第二项得

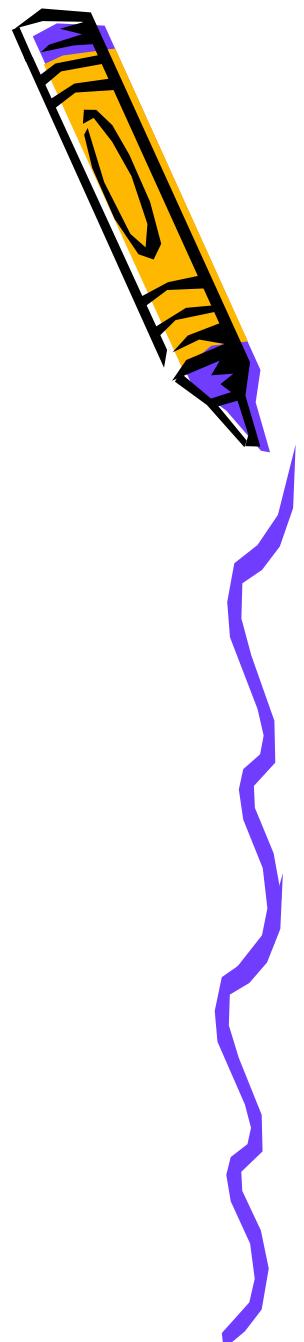
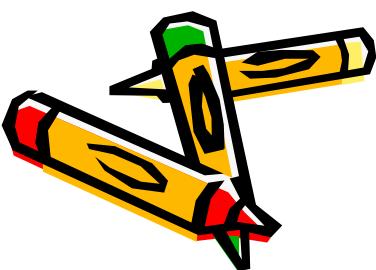
$$U = \left(\frac{R_{\text{eff}} + R_{\text{sh0}}}{n_i^2} \right) (n_0 + p_0) \Delta p$$



可见，这时的净复合率正比于非平衡载流子浓度。由上式得非平衡载流子寿命 τ 为

$$\tau = \frac{\Delta p}{U} \cdot \frac{n_i^2}{(R_{e0} + R_{h0})} \cdot \frac{1}{(n_0 + p_0)}$$

一般而言，带间俄歇复合在窄禁带半导体中及高温情况下起着重要作用，而与杂质和缺陷有关的俄歇复合过程，则常常是影响半导体发光器件的发光效率的重要原因。



5.5 陷阱现象

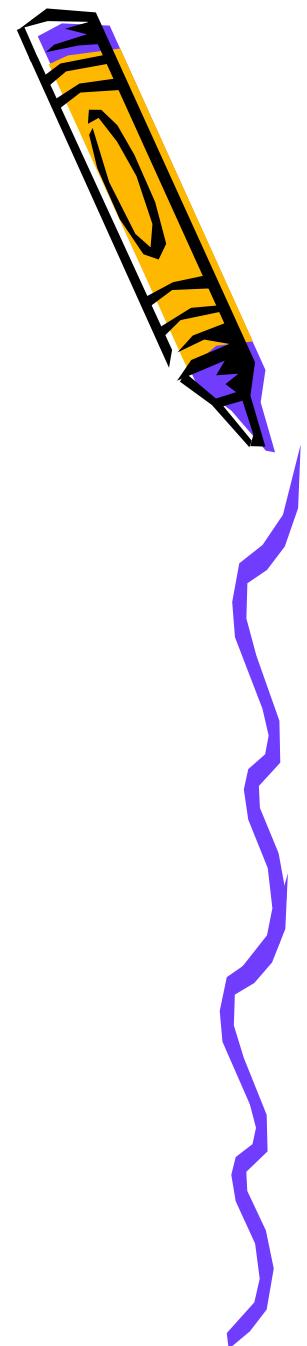
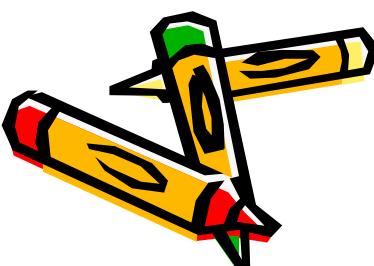
陷阱效应: 杂质能级上具有积聚非平衡载流子的效应。

实际上, 陷阱对电子、空穴的俘获概率差别很大。

$$E_C \frac{n_0 + \Delta n}{\text{---}}$$

$$E_t \frac{n_t^0 + \Delta n_t}{\text{---}}$$

$$E_V \frac{p_0 + \Delta p}{\text{---}}$$

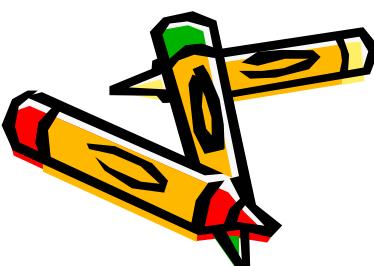


若 $r_n >> r_p$, 俘获电子后很难俘获空穴。俘获的电子在复合前已激发到导带, 称为**电子陷阱**。

若 $r_p >> r_n$, 称为**空穴陷阱**

若 $\Delta n_t > 0$, 电子陷阱作用

若 $\Delta n_t < 0$, 空穴陷阱作用



成为陷阱的条件

小注入时，杂质能级上的电子数为

$$\Delta n_t = \left(\frac{\partial n_t}{\partial n} \right)_0 \Delta n + \left(\frac{\partial n_t}{\partial p} \right)_0 \Delta p$$

$$n_t = N_t \frac{r_n n + r_p p_1}{r_n (n + n_1) + r_p (p + p_1)}$$

$$\Delta n_t = N_t \frac{(r_n n_1 + r_p p_1)}{[r_n (n_0 + n_1) + r_p (p_0 + p_1)]^2}$$

若 $r_n = r_p$, 以电子陷阱为例

$$\Delta n_t = N_t \frac{n_1}{(n_0 + n_1)^2} \Delta n$$

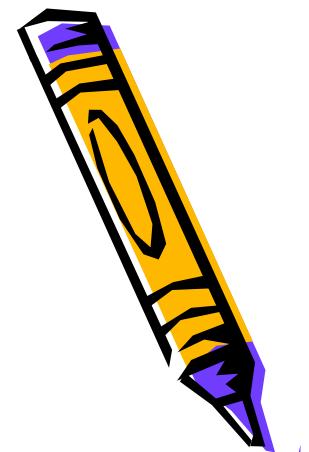
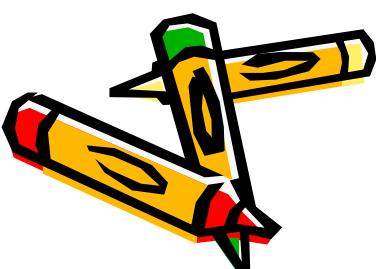
成为有效电子陷阱的条件:

$$\frac{\Delta n_t}{\Delta n} \gg 1$$

使 Δn 最大的 n_1 值是 $n_1 = n_0$

$$(\Delta n_t)_{\max} = \frac{N_t}{4n_0} \Delta n$$

若电子是多数载流子, 当 N_t 与 n_0 差不多或更大, 陷阱效应不明显。不能成为多数载流子效应。

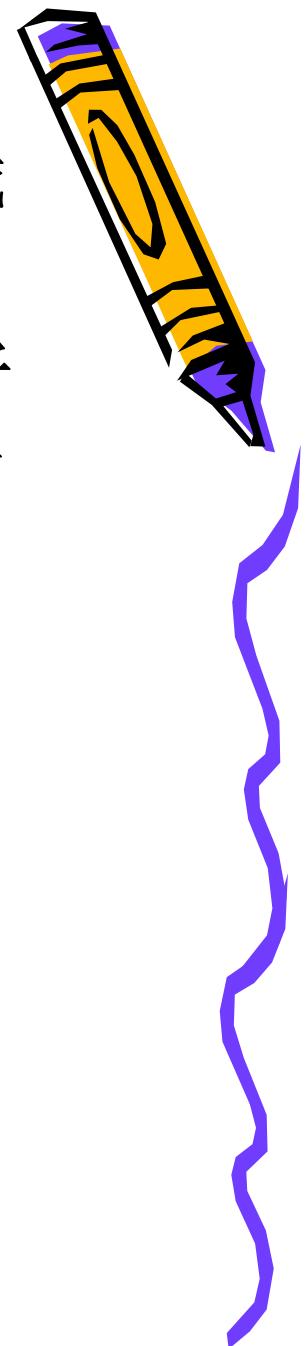
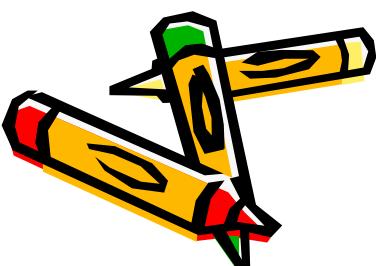


下面以p型材料为例，简单讨论附加光电导衰减实验中所观测到的陷阱效应。

设 Δn 和 Δp 分别是导带和价带中的非平衡载流子浓度，陷阱中的非平衡载流子浓度是 Δn_t ，则可以得到

$$\Delta\sigma = q(\Delta p\mu_p + \Delta n\mu_n) = q(\mu_p + \mu_n)\Delta n + q\mu_p\Delta n_t$$

上式表明，陷阱中的电子虽然本身不能参与导电，然而仍间接的反映于附加电导中。



下图为p型硅的附加电导实验结果：

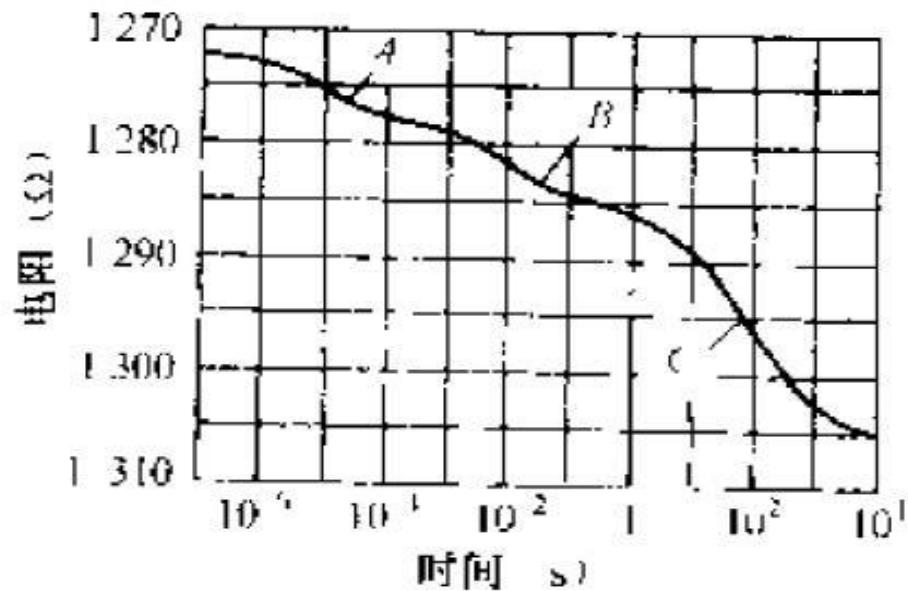
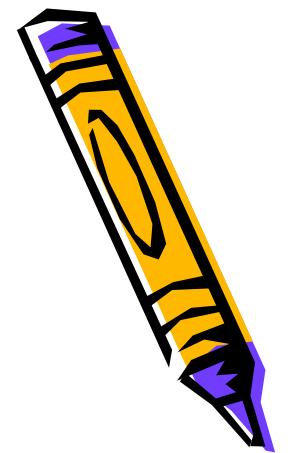


图 5-12 p 型硅的附加电导衰减

陷阱效应 小结:

- 1) 与杂质能级位置有关, E_F 以上能级, 越接近 E_F , 陷阱效应越显著;
- 2) 通常对少数载流子起陷阱作用。

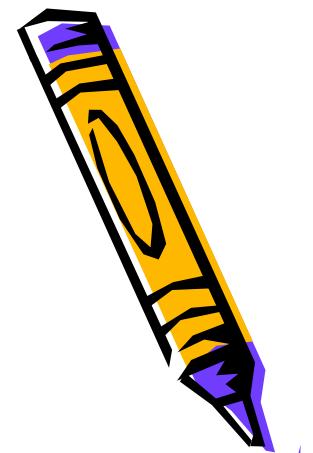
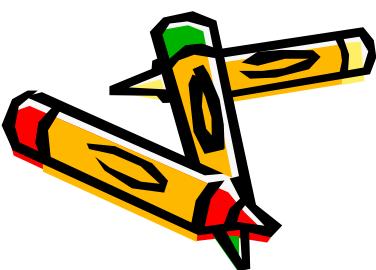
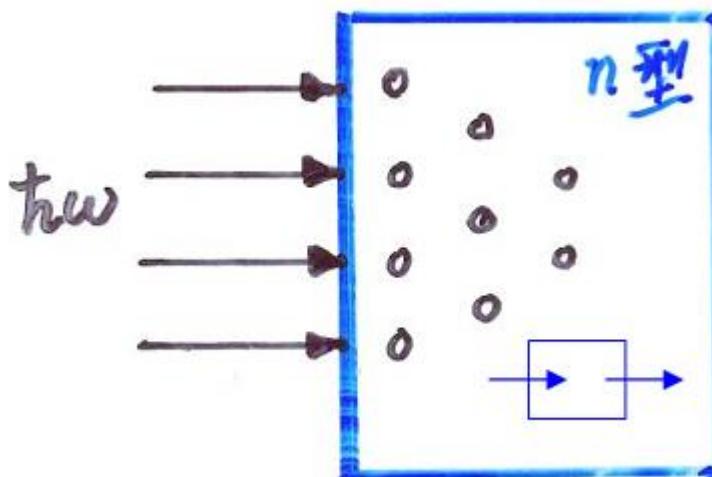


5.6 载流子的扩散运动

一维扩散方程

空穴 —— 非平衡少子 $\Delta p(x)$

$$\text{浓度梯度} = \frac{d\Delta p(x)}{dx}$$



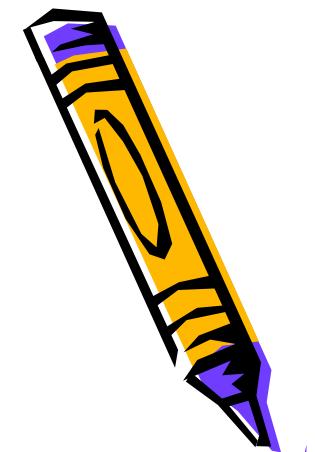
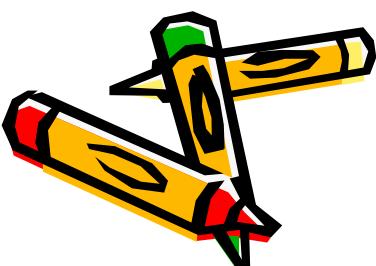
单位时间通过单位面积的粒子数称为扩散流密度

扩散流密度 $s_p = -D_p \frac{d\Delta p(x)}{dx}$

D_p 空穴扩散系数
[cm²/s]

扩散定律：非平衡少数载流子的扩散规律

稳定扩散：恒定(光)注入条件下，表面保持 $(\Delta p)_0$ ，内部各点浓度均保持不变



在 $x \rightarrow x+dx$ 范围内，单位时间内增加的空穴数

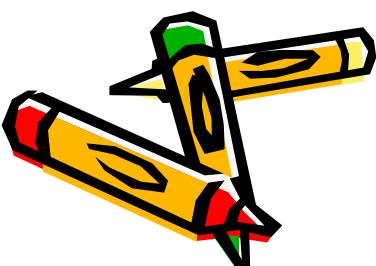
$$\left(\frac{d\Delta p}{dt} \right)_{\text{扩散}}$$



应等于单位时间单位体积内由于复合而消失的空穴数

$$\left(\frac{d\Delta p}{dt} \right)_{\text{扩散}} = - \frac{ds_p(x)}{dx} = D_p \frac{d^2 \Delta p(x)}{dx^2}$$

一维扩散方程



而 $\left(\frac{d\Delta p}{dt} \right)_{\text{复合}} = -\frac{\Delta p(x)}{\tau}$

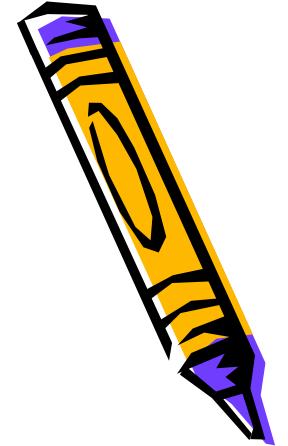
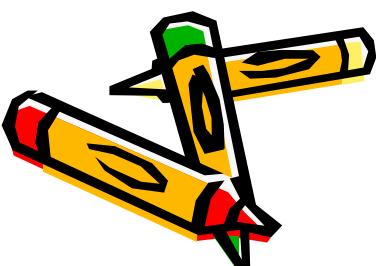
$$D_p \frac{d^2 \Delta p(x)}{dx^2} = \frac{\Delta p(x)}{\tau}$$

一维稳态扩散情况下非平衡少数载流子的扩散方程

通解 $\Delta p(x) = A \exp(-x/L_p) + B \exp(x/L_p)$

其中 $L_p = \sqrt{D_p \tau}$

扩散长度



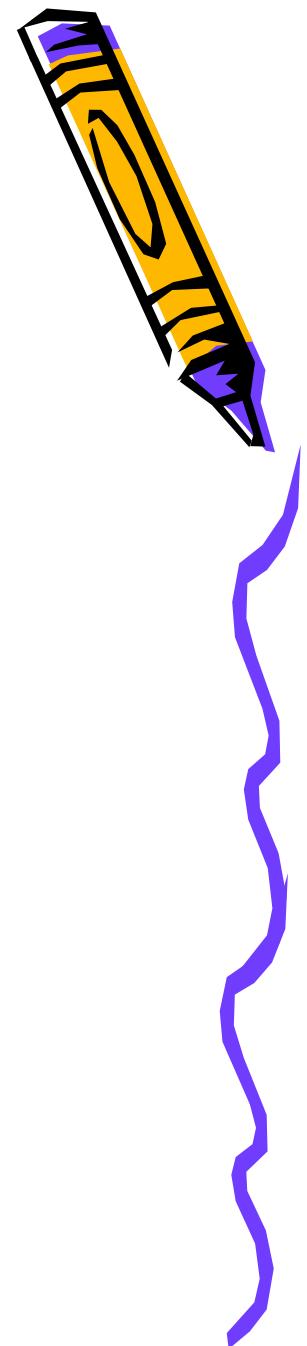
通解 $\Delta p(x) = A \exp(-x/L_p) + B \exp(x/L_p)$

(1) 样品厚度足够厚

载流子未到达另一端就已消失

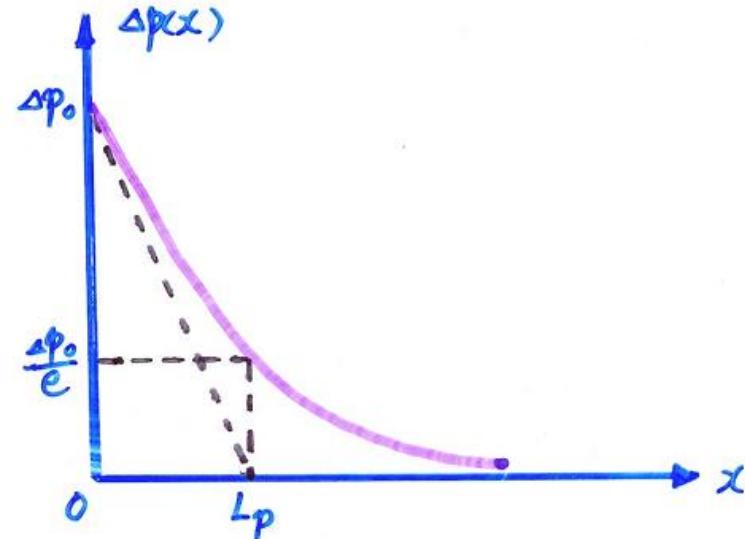
边界条件 $\left\{ \begin{array}{l} \Delta p(0) = \Delta p_0 \\ \Delta p(+\infty) \text{ 有限} \end{array} \right.$

$$\Delta p(x) = \Delta p_0 \exp(-x/L_p)$$

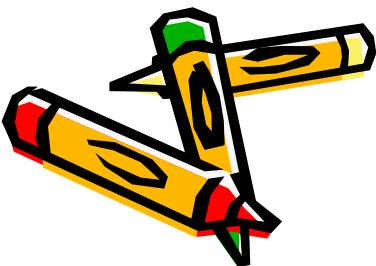


平均扩散距离

$$\bar{x} = \frac{\int_0^\infty x \Delta p(x) dx}{\int_0^\infty \Delta p(x) dx} = L_p$$



扩散长度 L_p : 标志非平衡载流子深入
样品的距离

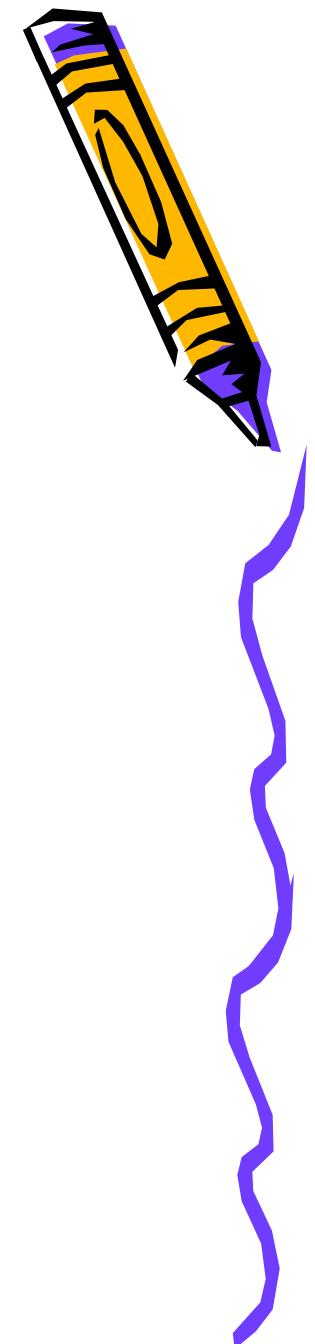
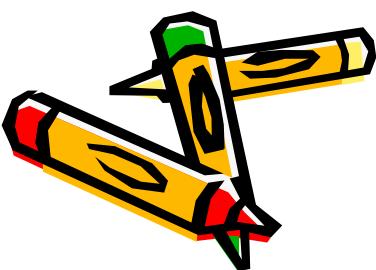


扩散流密度 $s_p = -D_p \frac{d\Delta p(x)}{dx}$

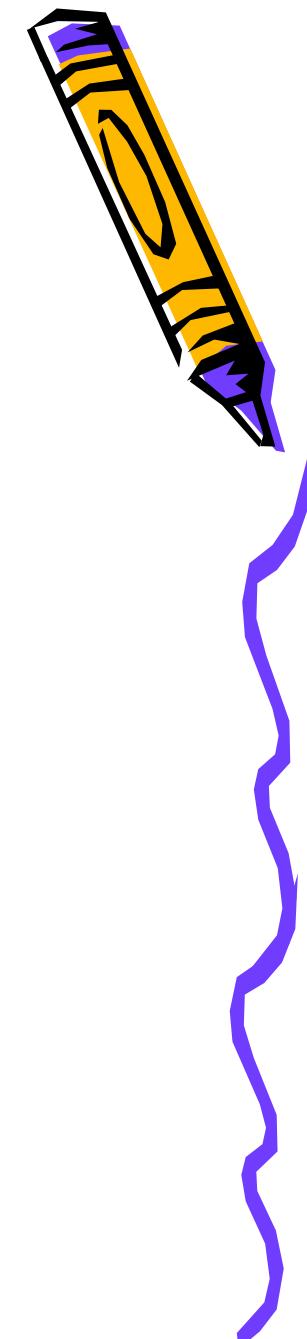
$$s_p(x) = \frac{D_p}{L_p} \Delta p_0 \exp\left(-x/L_p\right)$$

$$= \left(\frac{D_p}{L_p}\right) \Delta p(x)$$

扩散速度
[cm/s]



通解 $\Delta p(x) = A \exp(-x/L_p) + B \exp(x/L_p)$

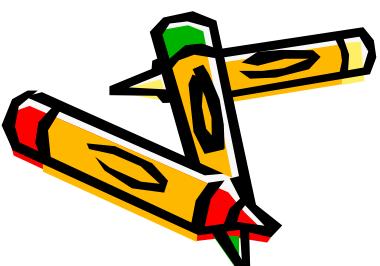


(2) 样品厚度足够薄, 且在另一端被抽出



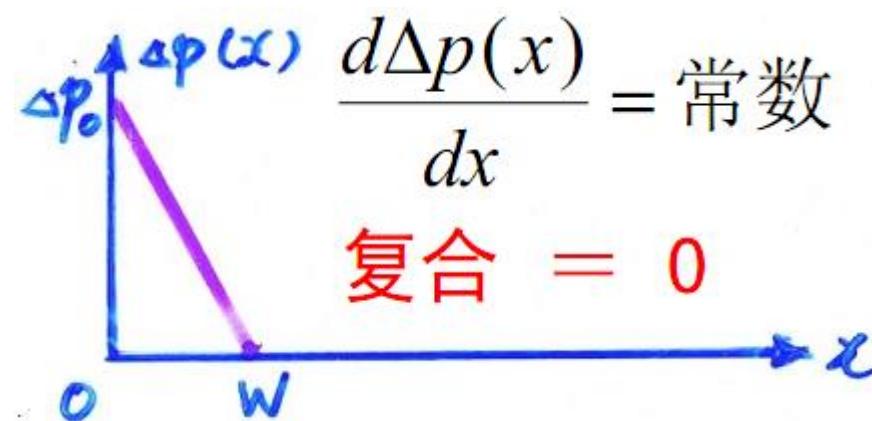
边界条件 $\begin{cases} \Delta p(0) = \Delta p_0 \\ \Delta p(W) = 0 \end{cases}$

$A + B = (\Delta P)_0$



$$\Delta p(x) = \Delta p_0 \frac{\sinh[(W-x)/L_p]}{\sinh(W/L_p)}$$

$$\Delta p(x) = \Delta p_0 \left(1 - \frac{x}{W}\right) \quad W \ll L_p$$



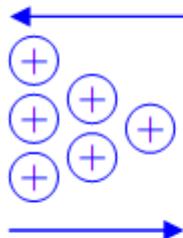
扩散电流

扩散电流

扩散流

$$\left. \begin{array}{l} s_p = -D_p \frac{d\Delta p(x)}{dx} \\ s_n = -D_n \frac{d\Delta n(x)}{dx} \end{array} \right\}$$

梯度方向



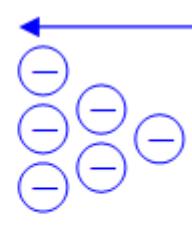
扩散方向
电流方向

扩散电流

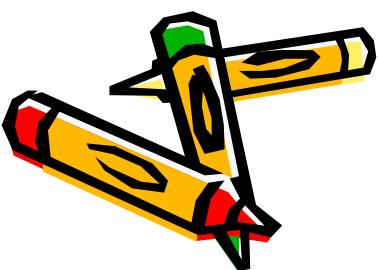
$$\left. \begin{array}{l} J_p = -qD_p \frac{d\Delta p(x)}{dx} \\ J_n = qD_n \frac{d\Delta n(x)}{dx} \end{array} \right\}$$

扩散方向
电流方向

电流方向
梯度方向



扩散方向



总电流

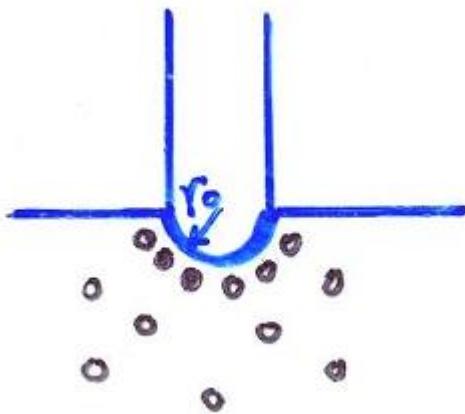
扩散电流+漂移电流

漂移电流

电子、空穴电流都与电
场方向一致

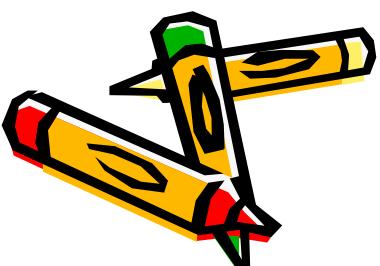
$$\left\{ \begin{array}{l} J_p = -qD_p \frac{d\Delta p(x)}{dx} + qp\mu_p E \\ J_n = qD_n \frac{d\Delta n(x)}{dx} + qn\mu_n E \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{空穴电流} \\ \text{电子电流} \end{array}$$

例子：三维探针注入



三维
$$\frac{\partial \Delta p(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = D_p \nabla^2 \Delta p(\mathbf{r}, t) - \frac{\Delta p(\mathbf{r}, t)}{\tau}$$

稳态
$$\frac{\partial \Delta p(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = 0 \rightarrow D_p \nabla^2 \Delta p(\mathbf{r}, t) = \frac{\Delta p(\mathbf{r}, t)}{\tau}$$



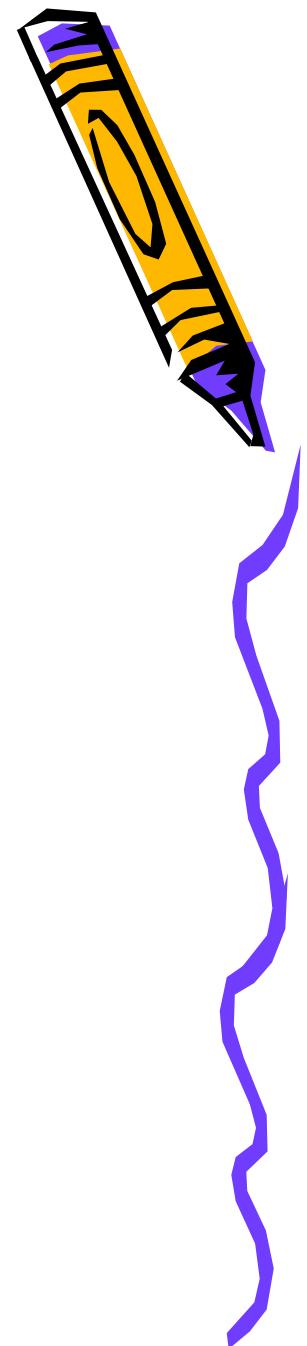
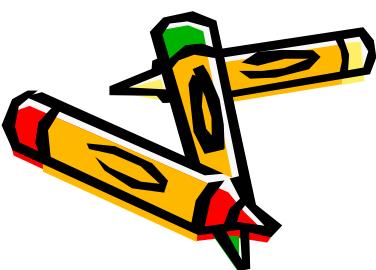
球坐标 $D_p \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \frac{d\Delta p}{dr} \right] = \frac{\Delta p(\mathbf{r}, t)}{\tau}$

令

$$\Delta p = \frac{f(r)}{r}$$

$$\frac{d^2 f(r)}{dr^2} = \frac{f(r)}{L_p^2}$$

$$f(r) = A \exp\left(-\frac{r}{L_p}\right)$$



$$f(r) = A \exp\left(-\frac{r}{L_p}\right)$$

$$\Delta p = \frac{f(r)}{r}$$

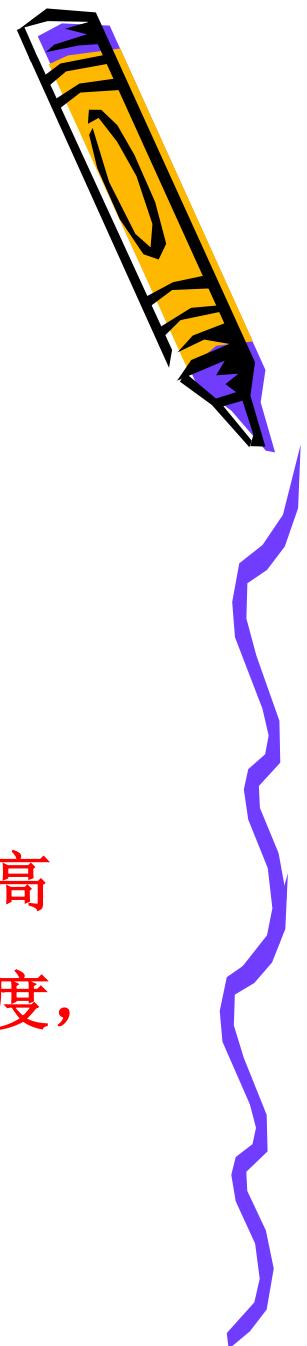
$$\rightarrow \Delta p(r) = \Delta p_0 \frac{r_0}{r} \exp\left(-\frac{r - r_0}{L_p}\right)$$

$$\mathbf{s}_p \Big|_{r=r_0} = -D_p \nabla \Delta p(r) \Big|_{r=r_0}$$

$$= \left(\frac{D_p}{r_0} + \frac{D_p}{L_p} \right) \Delta p_0$$

扩散效率比平面高
径向造成浓度梯度，
增大扩散效率

几何形状引起的扩散速度



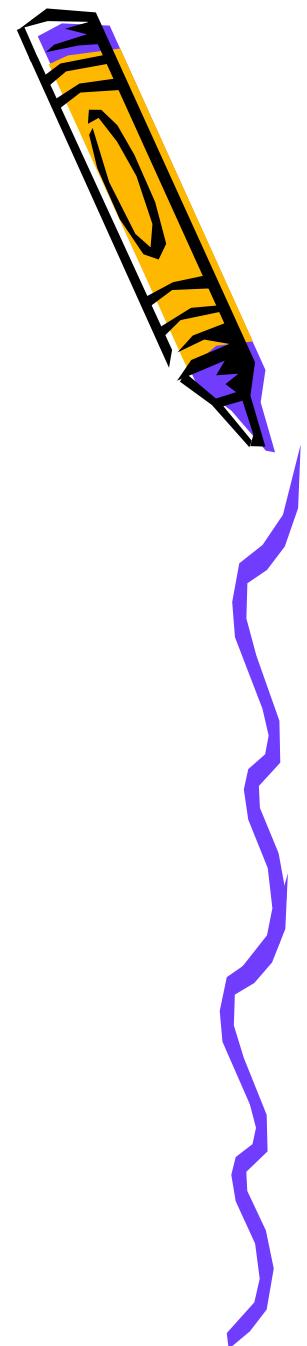
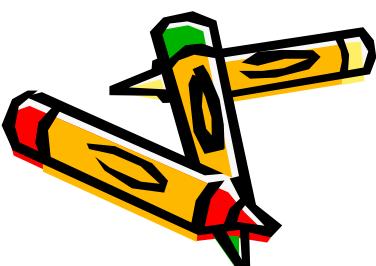
5.7 载流子的漂移运动，爱因斯坦关系式

若存在非平衡载流子，在外电场作用下也会做漂移运动

$$(J_n)_{\text{漂}} = q(n_0 + \Delta n)\mu_n |E| = qn\mu_n |E|$$

$$(J_p)_{\text{漂}} = q(p_0 + \Delta p)\mu_p |E| = qp\mu_p |E|$$

若非平衡载流子浓度不均匀，还会做扩散运动，对n型半导体



下图为表示一块n型均匀半导体，沿x方向加以均匀电场E，同时在表面处光注入非平衡载流子。

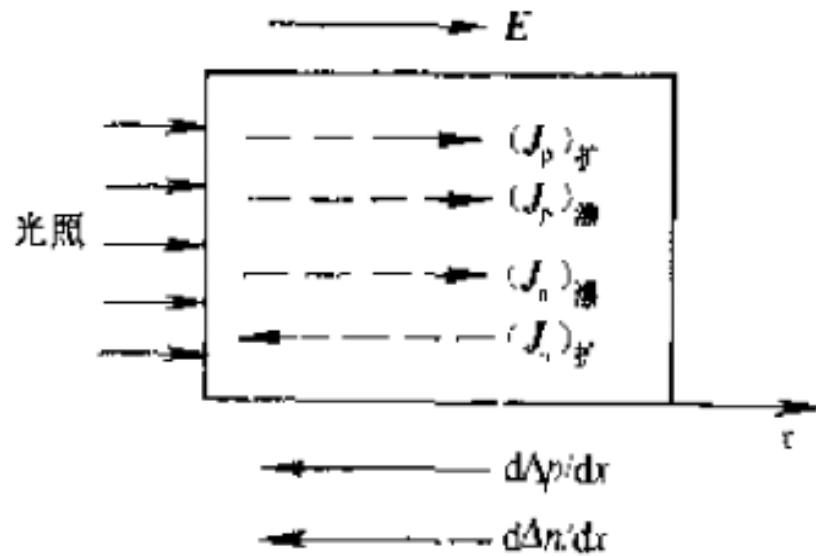
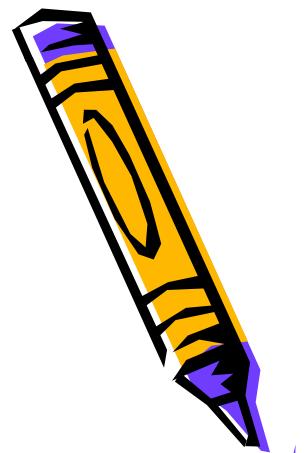


图 5-16 非平衡载流子的一维漂移和扩散

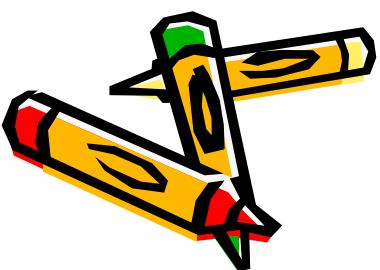
少数载流子空穴的电流密度为

$$J_p = J_{p\text{漂}} + J_{p\text{扩}} = qp\mu_p |E| - qD_p \frac{d\Delta p}{dx}$$



电子的电流密度为

$$J_n = J_{n\text{漂}} + J_{n\text{扩}} = qn\mu_n |E| + qD_n \frac{d\Delta n}{dx}$$



—热平衡状态

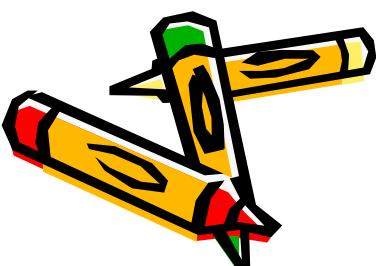
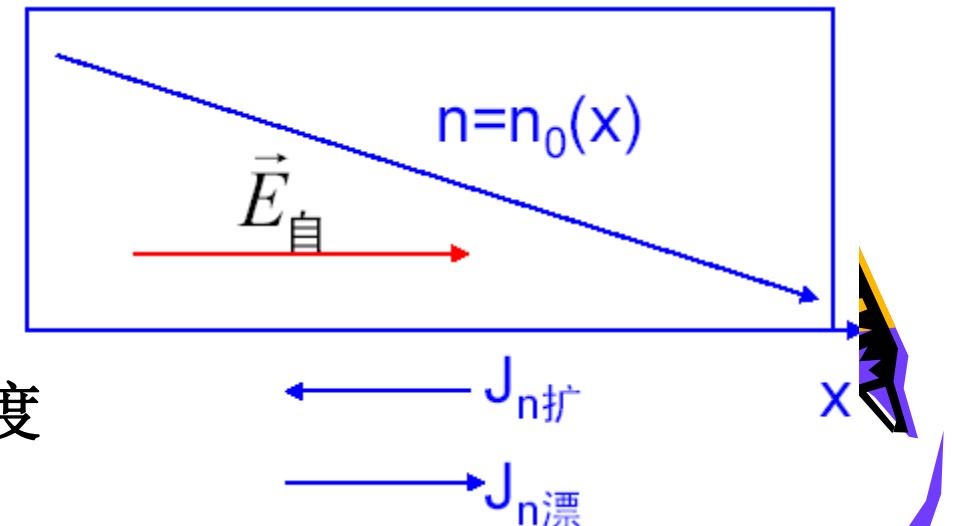
—n型半导体，掺杂不均匀

引起扩散，电子的扩散电流密度为

$$J_{n\text{扩}} = qD_n \frac{dn_0(x)}{dx}$$

空穴扩散电流密度为

$$J_{p\text{扩}} = -qD_p \frac{d\Delta p}{dx}$$

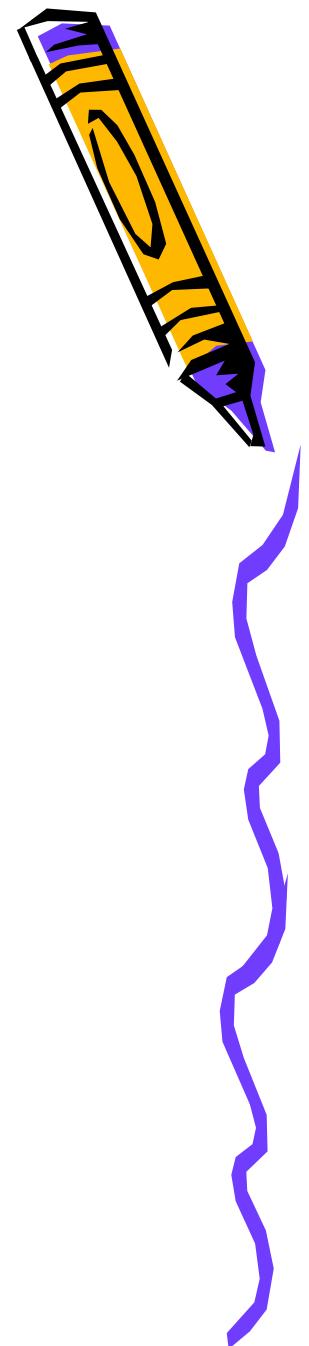


- $n_0(x)$ 梯度引起扩散电流
- 电中性条件破坏, 浓度梯度引起的自建电场

该电场又引起载流子的漂移运动

$$J_{n\text{漂}} = qn_0(x)\mu_n|E|$$

$$J_{p\text{漂}} = qp_0(x)\mu_p|E|$$

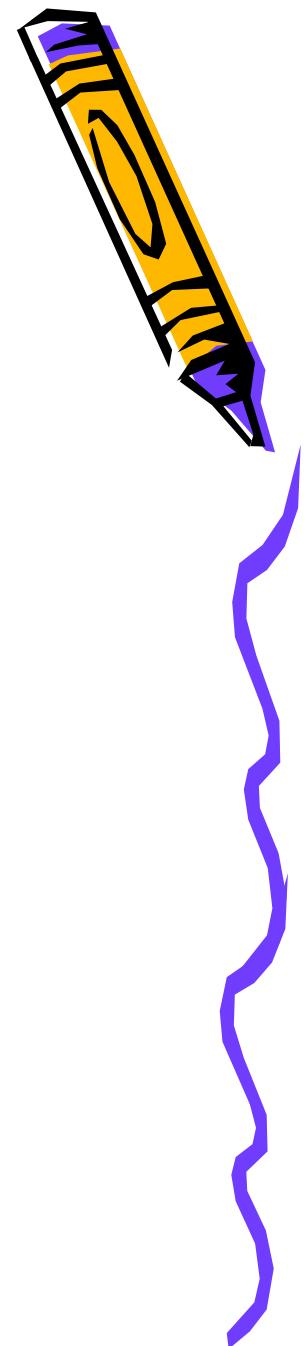


热平衡状态下，无宏观电流

$$J_n = J_{n\text{漂}} + J_{n\text{扩}} = 0$$

$$J_p = J_{p\text{漂}} + J_{p\text{扩}} = 0$$

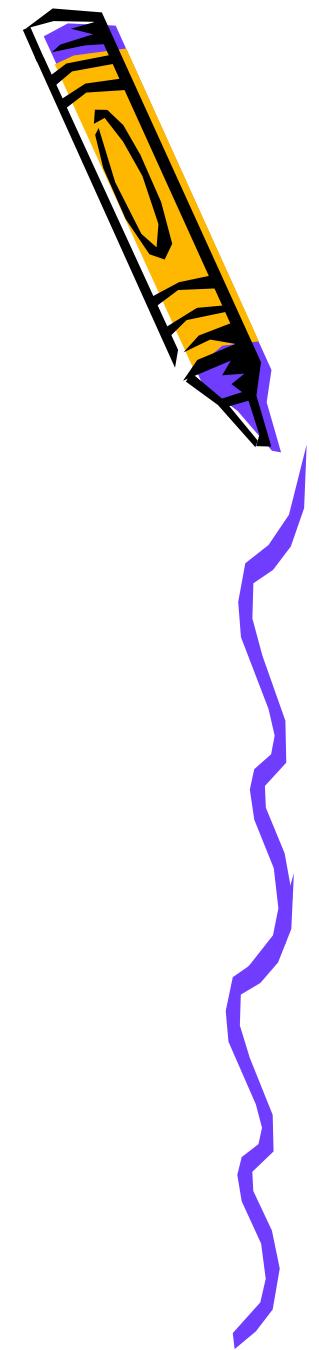
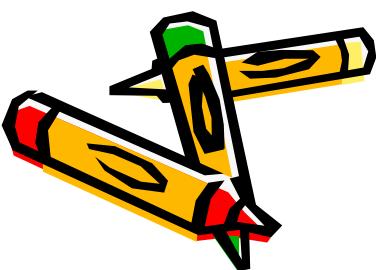
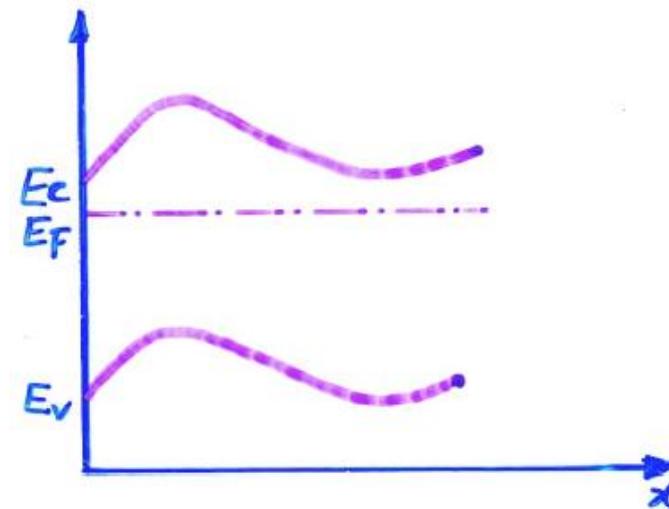
$$qn_0(x)\mu_n|E| = -qD_n \frac{dn_0(x)}{dx}$$



2 爱因斯坦关系

考虑一平衡的不均匀半导体，静电势 $V(x)$

$$|E| = -\frac{dV(x)}{dx}$$



$$n_0(x) = N_C \exp \left[-\frac{E_C - qV(x) - E_F}{kT} \right]$$

$$J_{\text{总}} = q n_0(x) \mu_n E_n(x) + q D_n \frac{dn_0(x)}{dx} = 0$$

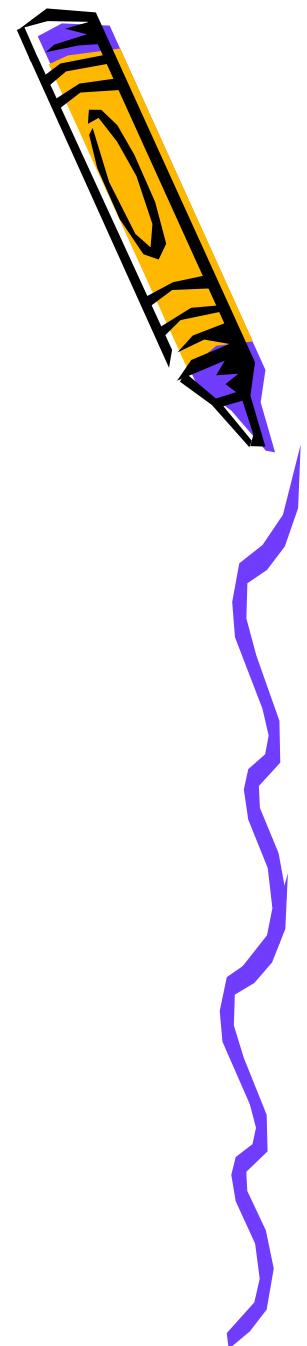
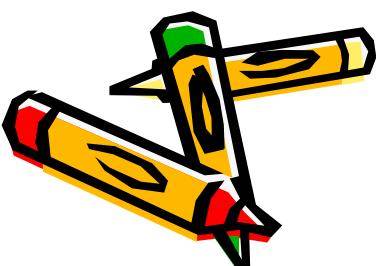
将 $n_0(x)$ 代入,

得

$$D_n = \frac{kT}{q} \mu_n$$

$$D_p = \frac{kT}{q} \mu_p$$

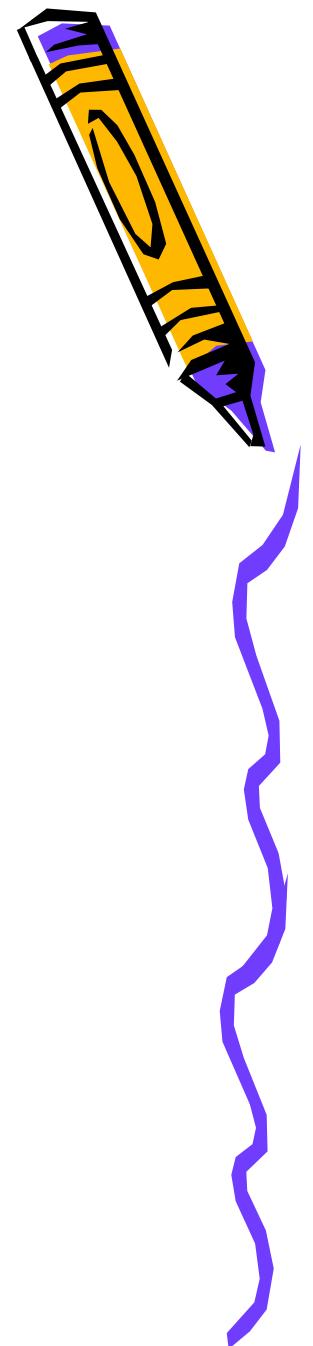
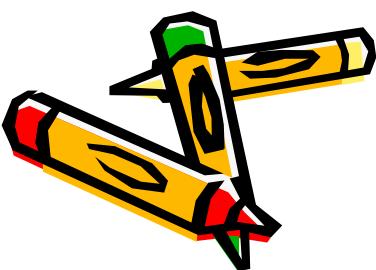
爱因斯坦关系



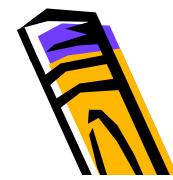
上述爱因斯坦关系式表明，非简并情况下，载流子迁移率和扩散系数之间的关系。虽然是从平衡载流子推导出来，但实验证明，这个关系式可直接用于**非平衡载流子**。

$$\text{通常 } \mu_n > \mu_p \rightarrow D_n > D_p$$

电子与空穴的扩散不同步，
电子快，空穴慢



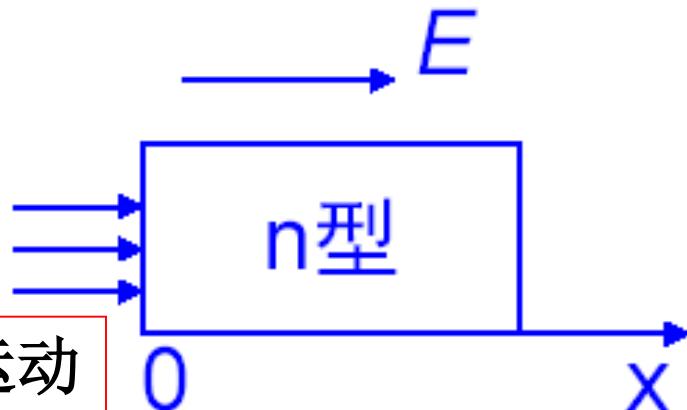
5.8 连续性方程



连续性方程

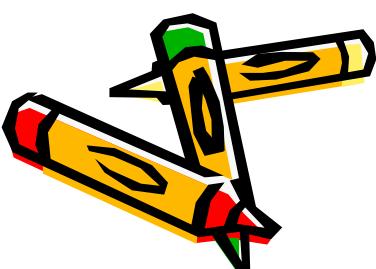
一维, n 型, 外电场 E

少子 $p(x,t)$ 既有扩散运动，又有漂移运动



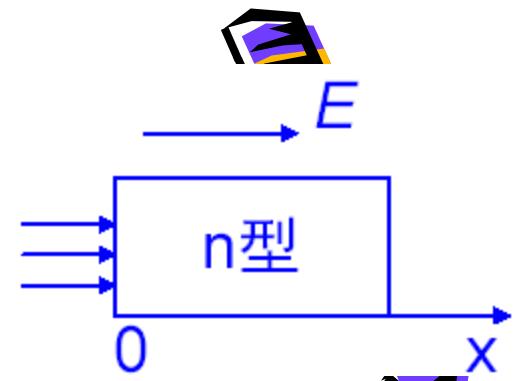
$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \mu_p p \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} + g_p$$

扩散 漂移 ↑ ↑
复合 产生



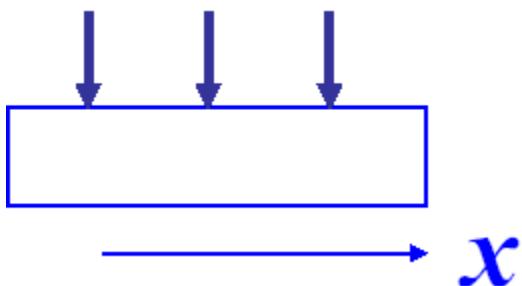
连续性方程的特例情况

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \mu_p p \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} + g_p$$

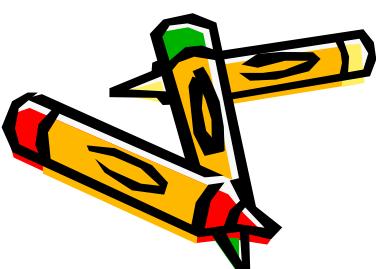


1. 光激发的载流子衰减

无外电场时均匀半导体均匀产生
非平衡载流子



均匀掺杂薄样品



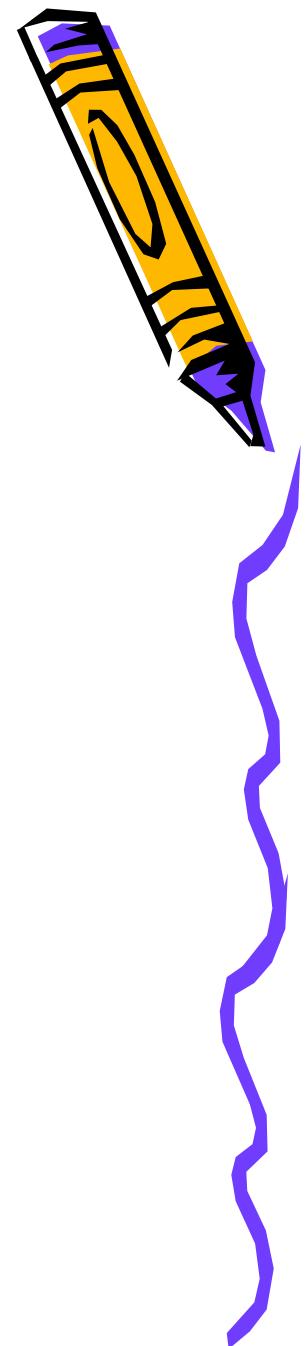
$$E = 0 \quad \frac{\partial E}{\partial x} = 0$$

($t = 0$ 时撤去光照)

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial x} = 0 \quad g_p = 0$$

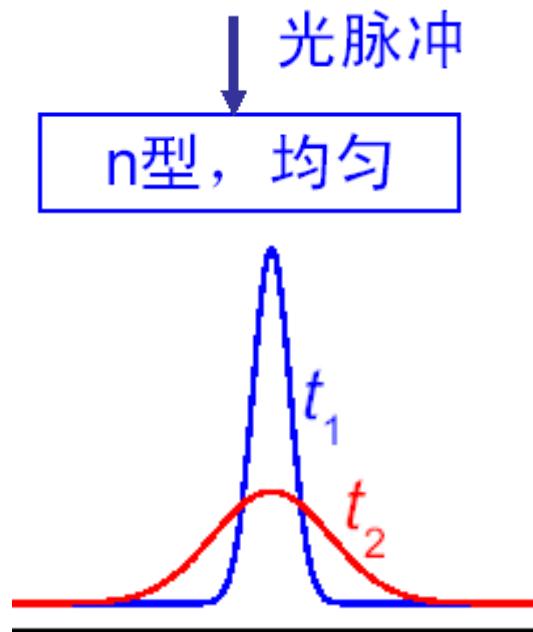
$$\frac{\partial(\Delta p)}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau} \quad \longrightarrow$$

$$\Delta p = \Delta p_0 \exp(-t/\tau)$$

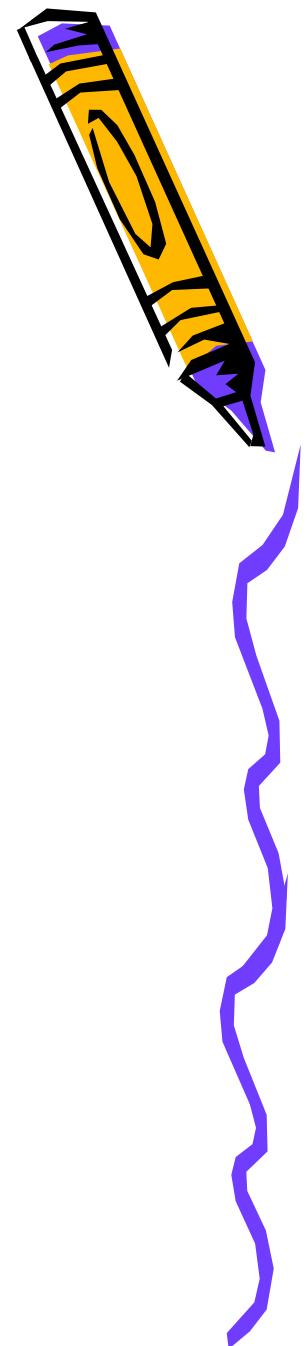
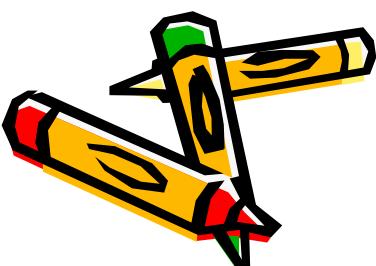


2. 瞬时光脉冲

光脉冲分布如下图所示：



高斯分布

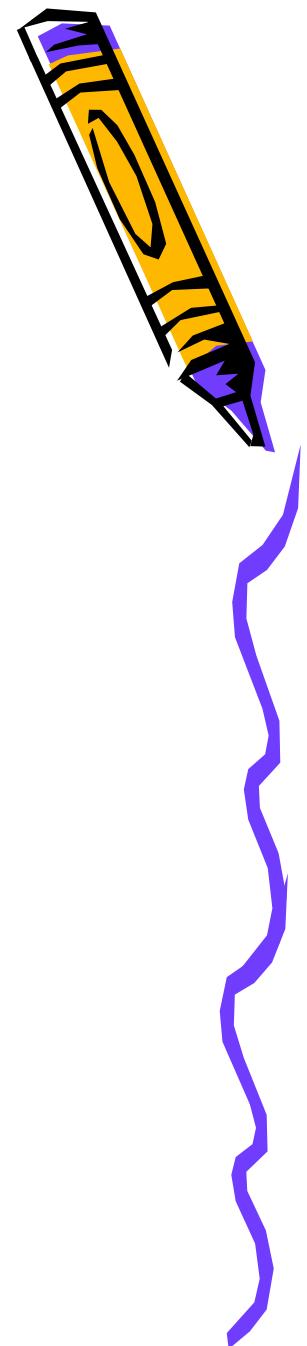


$$E = 0 \quad \frac{\partial E}{\partial x} = 0 \quad g_p = 0$$

$$\frac{\partial(\Delta p)}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{\tau}$$

$$\Delta p(x, t) = \frac{N_p}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{4D_p t}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Delta p(x, t) dx = N_p \exp(-t/\tau)$$



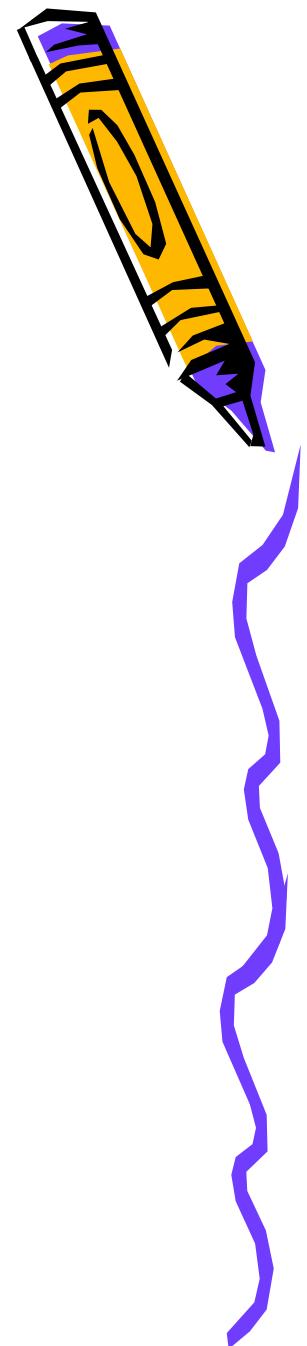
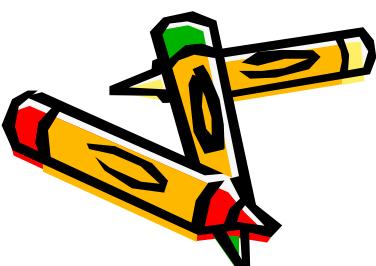
3. 加均匀电场

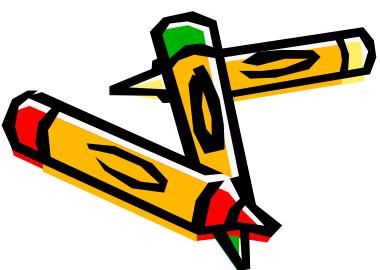
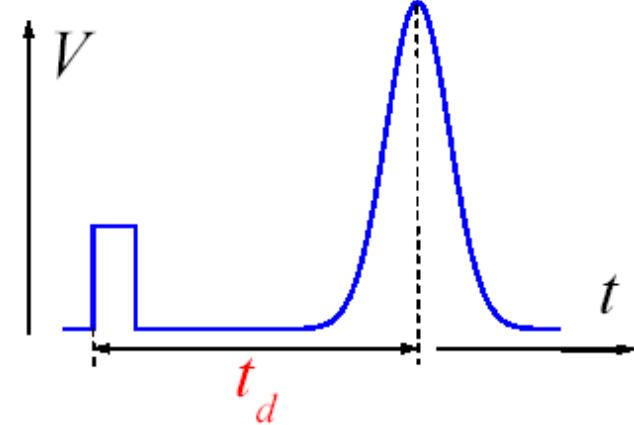
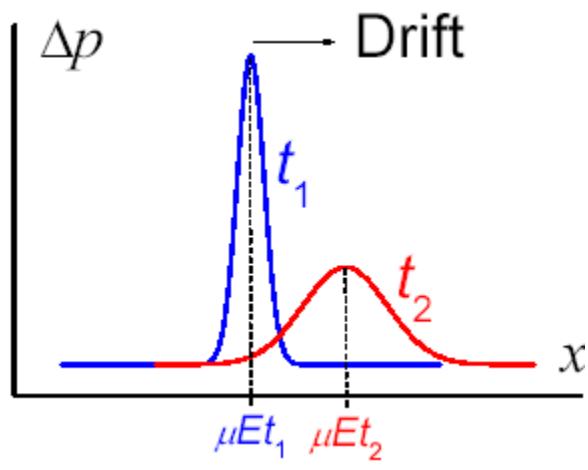
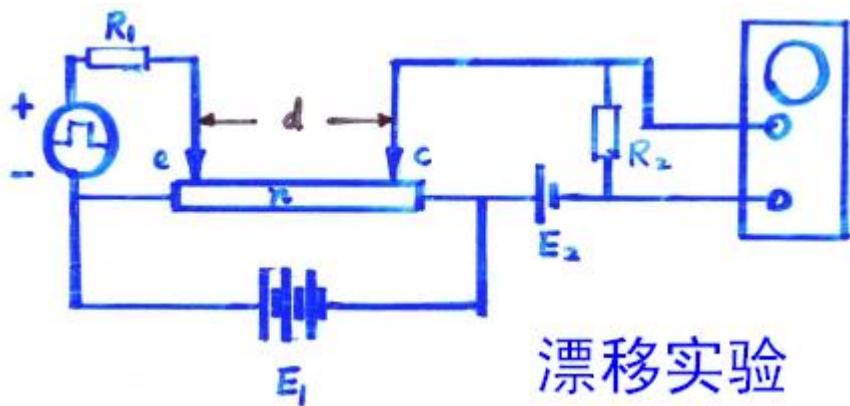
$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \mu_p p \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} + g_p$$

$$\frac{\partial(\Delta p)}{\partial t} = -\mu_p E \frac{\partial(\Delta p)}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau}$$

$$\Delta p(x, t) = \frac{N_p}{\sqrt{4\pi D_p}} \exp\left[-\frac{(x - \mu_p E t)^2}{4 D_p t}\right]$$

$$\mu_{drift} = \frac{d}{E t_d}$$

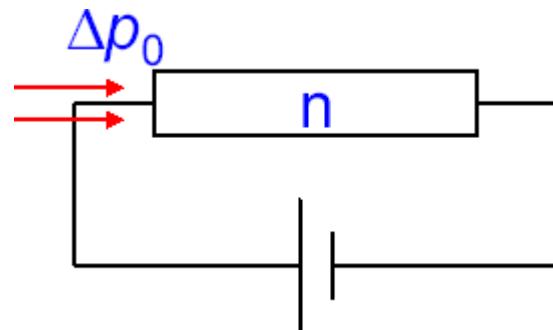




4. 光照恒定, 稳态

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \mu_p p \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} + g_p$$

$$0 = D_p \frac{\partial^2 (\Delta p)}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial (\Delta p)}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau}$$



通解 $\Delta p(x) = A \exp(\lambda_1 x) + B \exp(\lambda_2 x)$

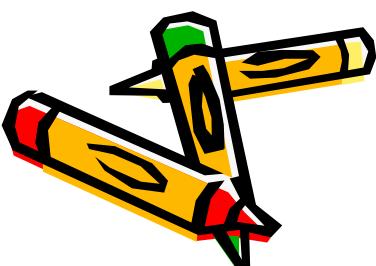
$$\lambda_{1,2} = \frac{L_p(E) \pm \sqrt{L_p^2(E) + 4L_p^2}}{2L_p^2}$$

这里 $L_p(E) = \mu_p E \tau$ 牵引长度

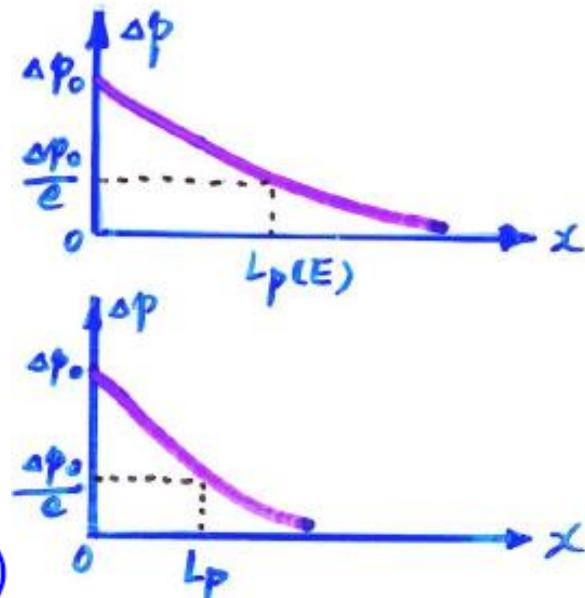
只能是衰减解
, 正根舍去

$$\Delta p(x) = \Delta p_0 \exp \left[\frac{L_p(E) - \sqrt{L_p^2(E) + 4L_p^2}}{2L_p^2} x \right]$$

$$= \Delta p_0 \exp \left[-\frac{2}{\sqrt{L_p^2(E) + 4L_p^2} + L_p(E)} x \right]$$



$$\Delta p(x) = \Delta p_0 \exp \left[-\frac{2}{\sqrt{L_p^2(E) + 4L_p^2} + L_p(E)} x \right]$$



1° 当 E 很大时, $L_p(E) \gg L_p$, $\lambda_2 \rightarrow -1/L_p(E)$

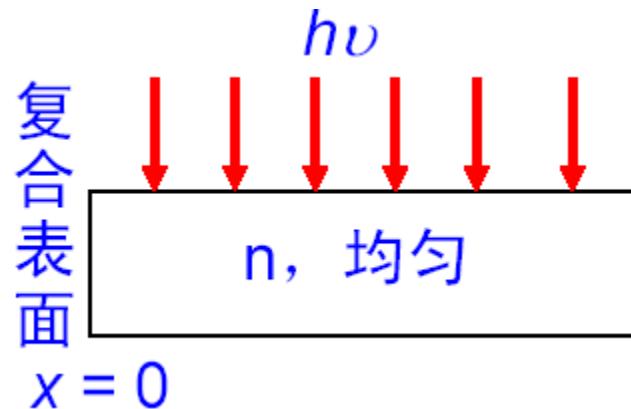
$$\Delta p(x) = \Delta p_0 \exp[-x/L_p(E)] \quad L_p(E) = \mu_p E \tau$$

2° 当 E 很小时, $L_p(E) \ll L_p$, $\lambda_2 \rightarrow -1/L_p$

$$\Delta p(x) = \Delta p_0 \exp(-x/L_p)$$



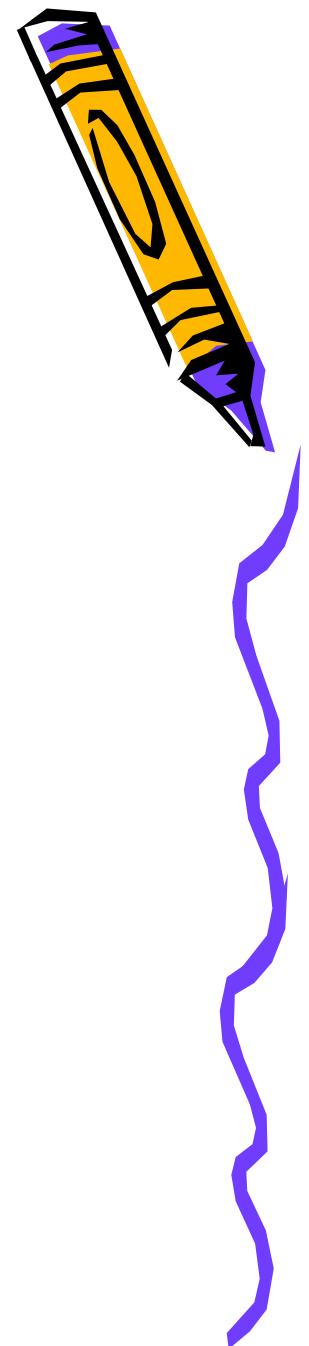
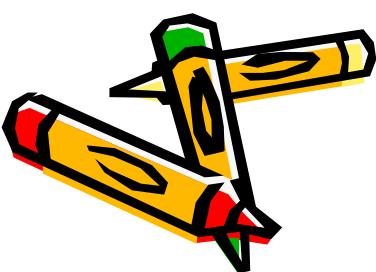
5. 稳态下的表面复合



$$D_p \frac{\partial^2(\Delta p)}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{\tau} + g_p = 0$$

边界条件

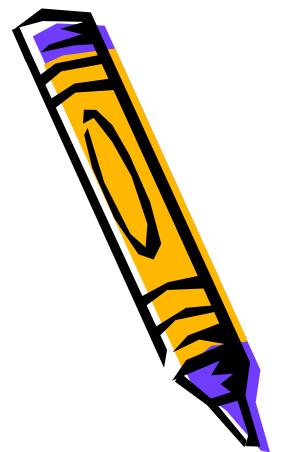
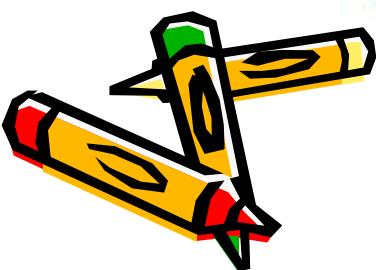
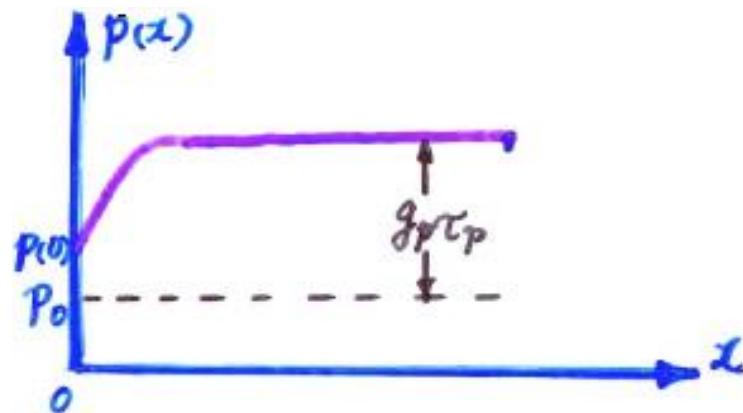
$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta p(+\infty) = g_p \tau_p \\ D_p \frac{\partial(\Delta p)}{\partial x} \Big|_{x=0} = s_p [p(0) - p_0] \end{array} \right.$$



解为 $p(x) = p_0 + g_p \tau_p \left[1 - \frac{s_p \tau_p}{L_p + s_p \tau_p} \exp(-x/L_p) \right]$

当 $s_p \rightarrow 0$, $p(x) \rightarrow p_0 + g_p \tau_p$ 均匀分布

当 $s_p \rightarrow \infty$, $p(0) \rightarrow p_0$



连续性方程的一般情形

一般情形 $n \sim p$ (近本征情形)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial \Delta p}{\partial x} - \mu_p p \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} \\ \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial \Delta n}{\partial x} + \mu_n n \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} \end{array} \right. \quad \textcircled{1}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial \Delta p}{\partial x} - \mu_p p \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\Delta p}{\tau} \\ \frac{\partial \Delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial \Delta n}{\partial x} + \mu_n n \frac{\partial E}{\partial x} - \frac{\Delta n}{\tau} \end{array} \right. \quad \textcircled{2}$$

假设是均匀半导体，外加均匀电场

$$E = E_{\text{外}} + E_{\text{自}}$$

均匀
↑
↑
均匀

来源于 $\Delta p, \Delta n$ 扩散的不同步

一般情况下 $E_{\text{自}} \ll E_{\text{外}} \longrightarrow E \approx E_{\text{外}}$

而

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E_{\text{自}}}{\partial x} = \frac{q(\Delta p - \Delta n)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

- 泊松方程

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

